

**C – EFFETTI MECCANICI DELL’IMPATTO DI COLATE DETRITICHE AD  
ALTA VELOCITÀ CONTRO STRUTTURE**

## 9. COLATE CON COMPORTAMENTO FLUIDO

Si riportano, di seguito, alcune applicazioni dei modelli di calcolo impostati nelle precedenti sezioni, seguite dalla proposta di criteri per la progettazione di opere di salvaguardia dal rischio di colate.

### 9.1 SPOSTAMENTO DI BLOCCHI

A seguito dell'impatto di colate a comportamento fluido può essere innescato il moto di blocchi, anche di notevoli dimensioni (Fig. 9-1).

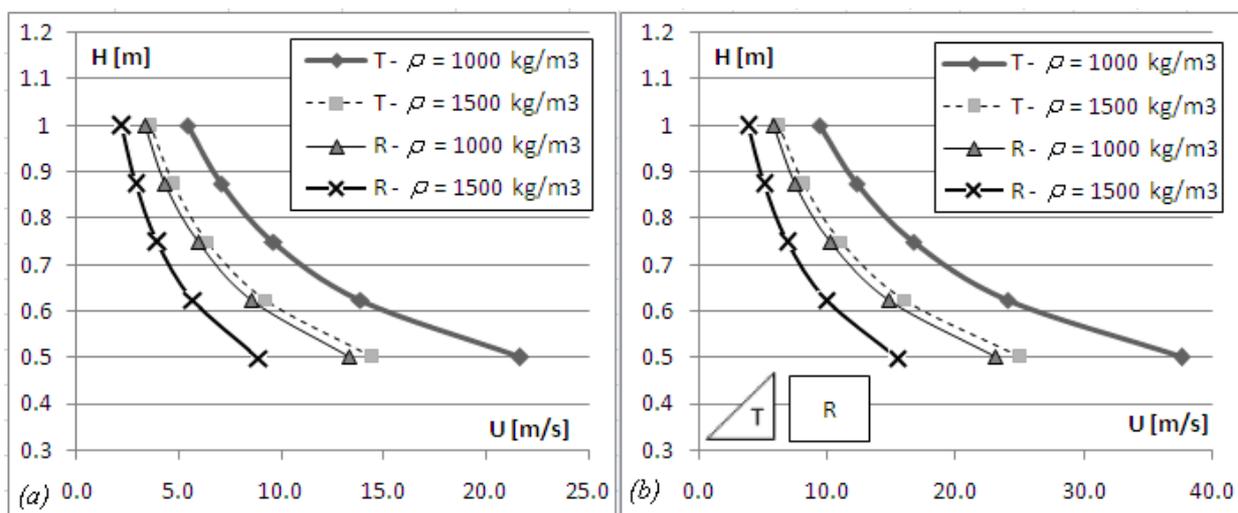
Sono quindi stati impostati dei calcoli, sfruttando il modello FEM descritto nelle sezioni precedenti, per valutare il rischio di mobilitazione di blocchi con elevato potenziale distruttivo.

Lo studio è stato condotto considerando un blocco cubico (dimensioni 1 m x 1 m x 1 m) posto su una superficie con coefficiente di attrito statico blocco – base pari a 0.6; si sono quindi fatti variare parametricamente determinati parametri della colata, quali forma (sezione trasversale triangolare e rettangolare), velocità  $U$ , densità  $\rho$ , altezza  $H$ .

Si sono ottenute curve con combinazioni di velocità della colata, altezza e densità tali da spostare il blocco di 0.1 o 0.3 m (Fig. 9-2).



Fig. 9-1. Massi trasportati da correnti (Wieczorek et al., 2001).



**Fig. 9-2. Impatto di colate a sezione trasversale triangolare (T) e rettangolare (R) su un blocco libero di muoversi su un piano orizzontale. Combinazioni di velocità e altezze tali da indurre uno spostamento iniziale del blocco pari a (a)  $s = 0.1$  m; (b)  $s = 0.3$  m.**

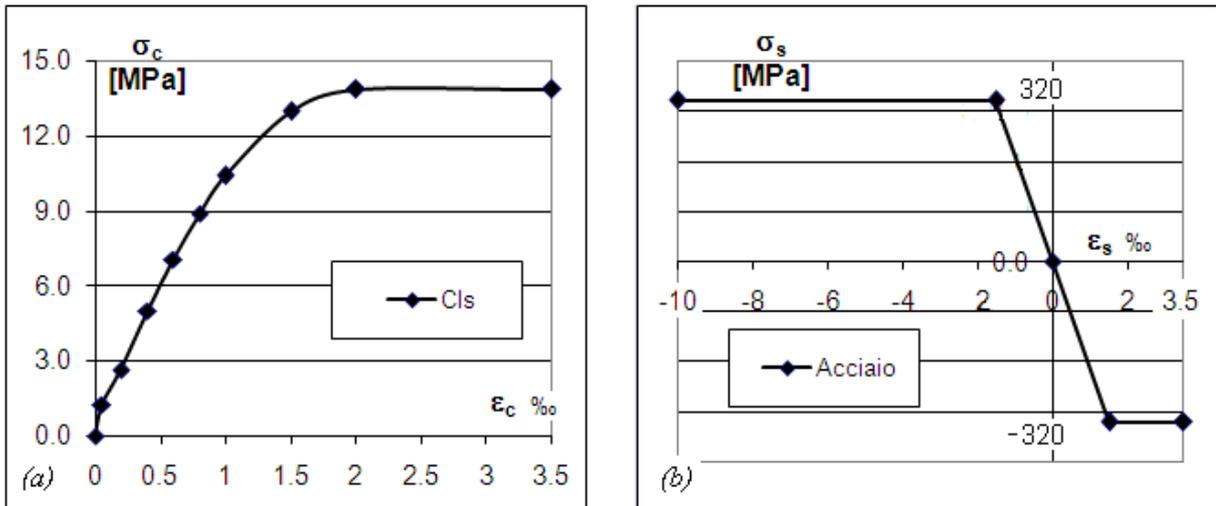
Come atteso, correnti con piccole altezze necessitano di velocità elevate per indurre lo spostamento di un blocco di volume pari a  $1.0 \text{ m}^3$ . Tuttavia, è sufficiente una velocità di circa  $5 \text{ m/s}$ , per una corrente di altezza  $0.6 \text{ m}$ , per indurre uno spostamento di un blocco pari a  $10 \text{ cm}$ .

Ne consegue la necessità, nelle zone montuose, a rischio di fenomeni di flussi fangosi, di recensire e monitorare la presenza di blocchi potenzialmente instabili, a rischio di caduta.

## 9.2 BACK-ANALYSIS DEL COLLASSO DI UN PILASTRO

Per valutare la forza distruttiva dell'impatto di fluidi contro strutture, si è analizzato il collasso di un pilastro colpito da una colata fluida, avvenuto a Sarno (Campania, Italia), nel maggio 1998 (Faella & Nigro, 2003).

Le caratteristiche geometriche e meccaniche dell'elemento strutturale sono: sezione trasversale pari a  $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ , altezza  $l = 2.7 \text{ m}$ ; il flusso è perpendicolare al pilastro. L'armatura longitudinale è composta da quattro barre di acciaio di diametro  $1.4 \text{ cm}$  ( $\phi 14$ , Faella & Nigro, 2003); per il calcestruzzo, la resistenza di calcolo considerata è  $f_{cd} = 13.83 \text{ MPa}$  (Fig. 9-3a); per l'acciaio, la tensione di snervamento è  $f_{sd} = 320 \text{ MPa}$  (Fig. 9-3b).



**Fig. 9-3. Impatto di una colata fluida contro una struttura; back-analysis del collasso del pilastro; modello costitutivo (a) del calcestruzzo e (b) dell'acciaio d'armatura.**

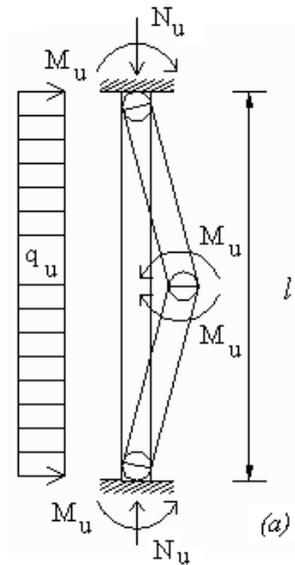
Nella back analysis proposta dagli Autori, l'azione esercitata dalla colata è stata modellata come una *pressione idrodinamica uniforme* ( $q$ ) agente su tutta l'altezza ( $l$ ) del pilastro (nell'ipotesi di flusso di un fluido incompressibile in condizioni stazionarie).

Attraverso un procedimento di analisi limite, considerando un meccanismo di rottura a tre cerniere, gli Autori hanno poi ricavato il valore della velocità critica del flusso ( $U_{cr}$ ), tale da causare il collasso della struttura (Fig. 9-7):

$$q_u = \frac{16M_u}{l^2} = \rho U_{cr}^2 \quad (19)$$

con  $M_u$  momento ultimo della sezione del pilastro (per le seguenti caratteristiche della sollecitazione valutate dagli autori,  $N = N_u = 300$  kN,  $M_u = 57.81$  kNm),  $\rho$  densità del flusso (considerata pari a  $1400$  kg/m<sup>3</sup>).

Dalla (19) si ottiene  $U_{cr} = 14.5$  m/s.



**Fig. 9-4. Impatto di una colata a comportamento fluido contro una struttura; back-analysis del collasso del pilastro; schema dell'analisi riportata in Faella & Nigro (2003).**

Lo studio effettuato in questa sede è stato indirizzato innanzitutto alla determinazione delle velocità ed altezze del flusso, ancora nell'ipotesi di spinta idrodinamica, tali da indurre la rottura del pilastro, sia per flusso perpendicolare al pilastro, sia per flusso perpendicolare alla diagonale del pilastro .

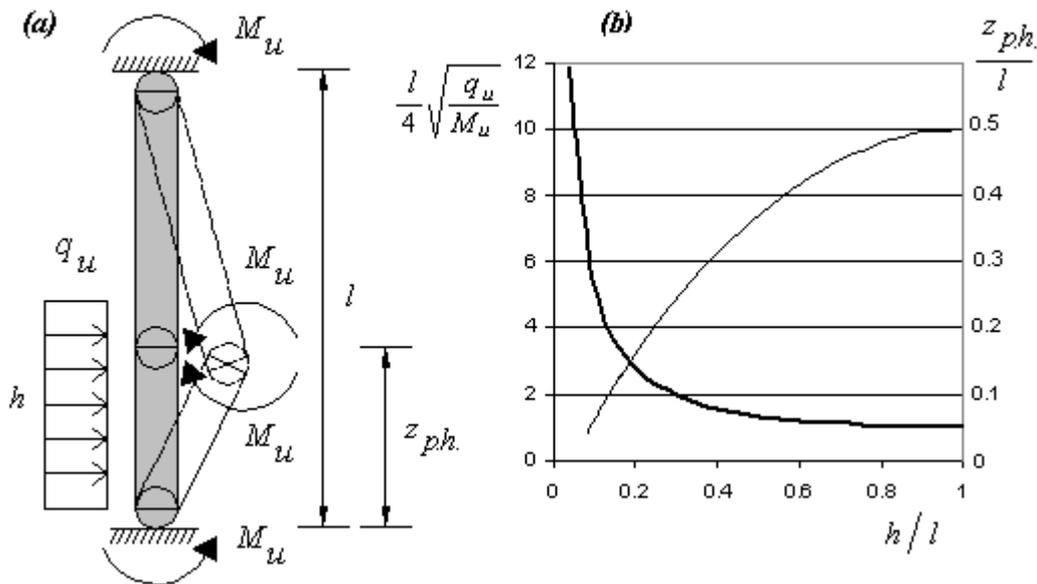
Si osserva infatti che l'ipotesi di altezza del flusso pari a 2.7 m, imposta da Faella e Nigro (2003) appare poco realistica; inoltre, analisi avanzate della propagazione della colata, riportate in Revellino *et alii* (2004), indicano un valore della velocità del flusso, in prossimità dell'edificio colpito della colata, pari a 5.8 m/s, cioè quasi un terzo del valore determinato da Faella e Nigro (2003).

L'applicazione dei teoremi dell'analisi limite permette quindi di valutare il carico ultimo e, conseguentemente, la velocità del flusso:

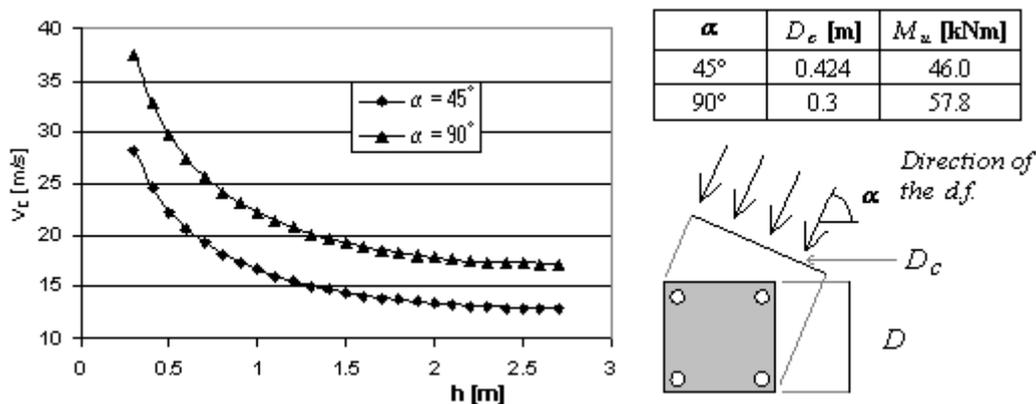
$$q_u = \frac{16M_u}{h \cdot (2l - h)}$$

$$v_c = \left( \frac{16M_u}{\gamma D_c} \frac{1}{h \cdot (2l - h)} \right)^{1/2}$$

Si ottengono i risultati riportati nelle Fig. 9-5 e Fig. 9-6.



**Fig. 9-5. Impatto di una colata a comportamento fluido contro una struttura; back-analysis della rottura del pilastro nell'ipotesi di altezza e velocità variabili della corrente; (a) meccanismo a tre cerniere; (b) relazione tra carico di collasso adimensionalizzato  $(l/4) \cdot \sqrt{(q_u/M_u)}$  e posizione della cerniera plastica ( $z_p \cdot h/l$ ), in funzione del rapporto  $h/l$ .**

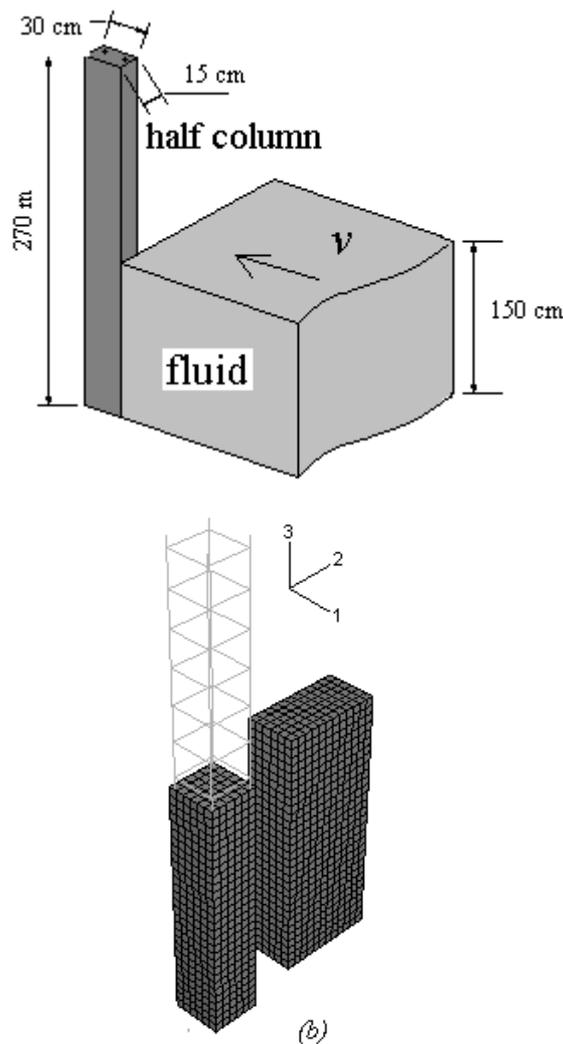


**Fig. 9-6. Coppie di valori velocità – altezza del flusso che determinano il collasso del pilastro.**

Se si considerano quindi altezze del flusso più realistiche, inferiori a 2.7 m, per avere il collasso del pilastro sono necessarie maggiori velocità.

Per tenere conto di queste differenze, è stato quindi elaborato un modello FEM di un pilastro in calcestruzzo armato colpito da una colata avente altezza pari a 1.5 m (Fig. 9-7), densità  $\rho = 1400 \text{ kg/m}^3$ , celerità  $c = 1450 \text{ m/s}$  e  $150 \text{ m/s}$ , velocità all'impatto  $U = 7.0$  e  $14.0 \text{ m/s}$ ; il valore risultante della rigidità volumetrica del fluido potrebbe costituire una stima, per difetto, del valore corrispondente al comportamento non drenato della massa granulare

fluidizzata, che potrebbe manifestarsi nella fase impulsiva dell'impatto. Il comportamento costitutivo assegnato ai materiali costituenti il pilastro (calcestruzzo e acciaio) è il medesimo utilizzato per le analisi proposte da Faella e Nigro (2003). Non si è tenuto conto, nell'analisi dinamica FEM, dell'incremento delle resistenze dei materiali dovuto alla velocità di applicazione del carico.

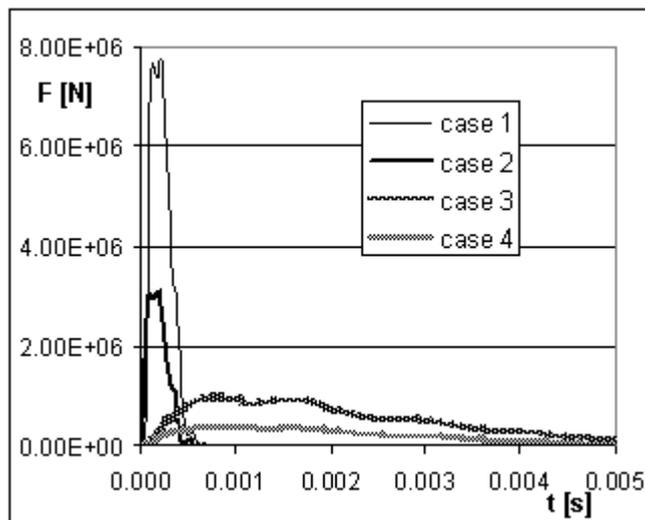


**Fig. 9-7. Impatto di una colata a comportamento fluido contro una struttura; back-analysis del collasso del pilastro; (a) dominio impostato nell'analisi; (b) schema del dominio di calcolo impostato per le analisi numeriche (FEM).**

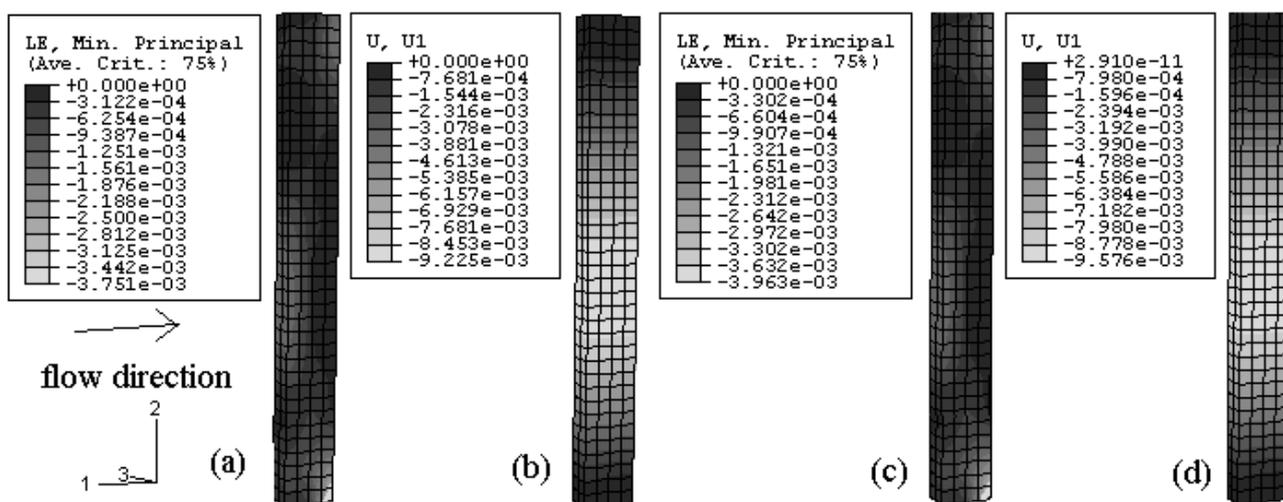
I risultati delle analisi mostrano che per una velocità della colata pari a 7.0 m/s, lo spostamento massimo del pilastro (nella direzione parallela al movimento della colata), all'impatto, è pari a 0.96 cm (Fig. 9-9); il calcestruzzo, inoltre, in prossimità delle estremità del pilastro, raggiunge deformazioni di compressione maggiori di 3.5‰ (Fig. 9-9).

**Tabella 9-1. Valori di velocità delle onde nel fluido (c) e velocità del flusso considerati nella back-analysis.**

$c$ [m/s] \ $U$ [m/s]	14.0	7.0
1450	case (1)	case (2)
150	case (3)	case (4)



**Fig. 9-8. Diagrammi delle forze di impatto nel tempo, per i quattro casi analizzati.**



**Fig. 9-9. Deformazioni e spostamenti [m] del pilastro a seguito dell'impatto con una corrente fluida; (a), (b): caso 4; (c), (d): caso 2.**

Quindi, se si tiene conto della natura impulsiva del fenomeno, le condizioni di collasso del medesimo pilastro si raggiungono per altezze della colata e per valori della velocità più aderenti alle valutazioni degli studiosi del settore (Revellino *et alii*, 2004).

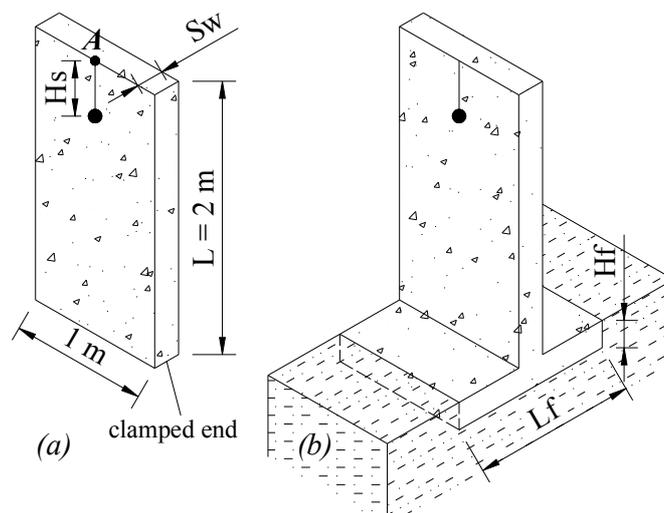
Inoltre, dai risultati mostrati in Fig. 9-9, si nota che la rigidità del fluido, espressa attraverso il parametro  $c$ , a parità di velocità del flusso  $U$ , non influenza notevolmente i risultati.

## 10. IMPATTO DI BLOCCHI

### 10.1 BLOCCO CONTRO UNA STRUTTURA A MENSOLA

Si illustrano, in questa sezione, i risultati dell'analisi parametrica circa l'impatto di un blocco di forma sferica su una struttura a mensola, con e senza fondazione, volta a determinare l'influenza esercitata da parametri quali:

- il punto di impatto del blocco sulla mensola;
- lo spessore della mensola;
- le caratteristiche meccaniche della mensola, nell'ipotesi di comportamento rigido o elastico lineare;
- lo spessore della fondazione, nel caso in cui essa sia considerata presente.



**Fig. 10-1. Impatto di un blocco sferico contro una mensola (a) incastrata alla base; (b) connessa ad una fondazione. Posizione del problema; definizione delle grandezze la cui influenza è stata studiata per il presente lavoro:  $H_s$  identifica la posizione di impatto,  $Sw$  lo spessore della mensola,  $H_f$  lo spessore della fondazione,  $L_f$  la lunghezza della fondazione.**

Le caratteristiche del blocco sono: diametro  $D = 0.25$  m, densità  $\rho = 2600$  kg/m<sup>3</sup>, comportamento elastico lineare caratterizzato da un modulo di Young  $E = 6 \cdot 10^4$  MPa ed un coefficiente di Poisson  $\nu = 0.2$ . La velocità, all'impatto, è pari a 4 m/s.

Un primo confronto riguarda il paragone tra le forze esplicitate nel caso di impatto contro una superficie piana solida, rigida, dotata di massa infinita ( $Sw \rightarrow \infty$ ), ed una con comportamento elastico lineare (modulo di Young  $E = 3 \cdot 10^4$  MPa) e massa infinita; i risultati sono riportati in

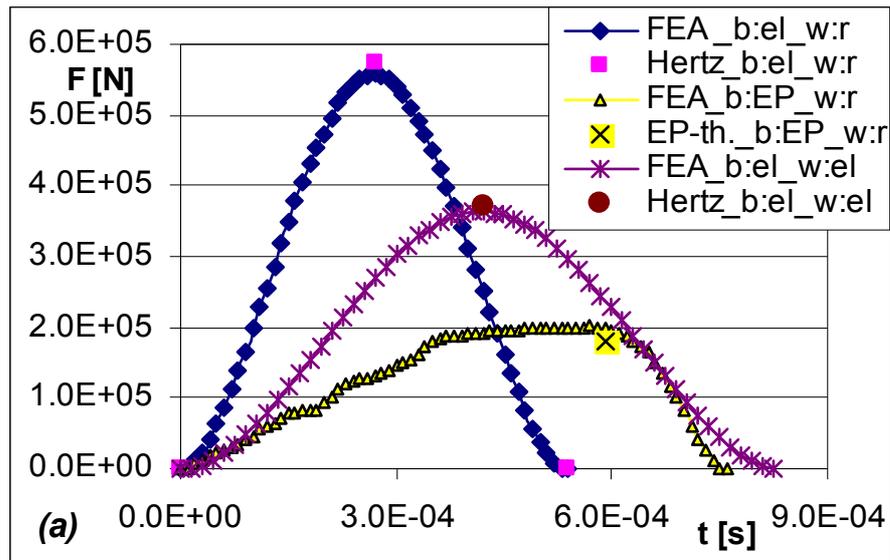


Fig. 10-2. Confronto fra le diverse forze di impatto.

Le conseguenze della possibilità di deformazione “locale”, legata ai punti nei dintorni dell’area di contatto, sono costituite da una diminuzione della forza di impatto ed un contestuale aumento dei tempi caratteristici del fenomeno.

Si riportano quindi in Tabella 10-1 i valori assegnati ad altri parametri significativi.

Tabella 10-1. Analisi FE. Valori dei parametri geometrici ( $H_s$ ,  $S_w$ ) e meccanici ( $E$ ) assegnati al muro.

Combin.	$S_w$ [m]	$E$ [MPa]	$H_s$ [m]
1	0.1	$3 \cdot 10^4$	0.2
2	0.2	$3 \cdot 10^4$	0.2
3	0.5	$3 \cdot 10^4$	0.2
4	0.2	$3 \cdot 10^4$	0.6
5	0.2	$3 \cdot 10^4$	1.0
6	0.2	$1 \cdot 10^4$	0.2
7	0.2	$5 \cdot 10^4$	0.2

La Fig. 10-3 illustra l’effetto dello spessore del muro. Si nota che al diminuire di  $S_w$  aumenta l’effetto della deformabilità “di struttura”, che si somma all’effetto dato dalla deformabilità locale. nel caso in cui lo spessore  $S_w$  sia pari a 0.5 ci si avvicina notevolmente, per il caso studiato (impatto di un blocco di diametro pari a  $D = 0.25$  m) al caso di muro dotato di massa infinita.

La Fig. 10-4 mostra l’influenza del modulo di Young del muro; al crescere di  $E$ , di nuovo, si incrementa l’effetto sia della rigidità “locale”, sia quella della struttura.

In Fig. 10-5 si vede invece che, nel range di valori considerati, l'altezza d'impatto non produce effetti significativi sullo sviluppo temporale della forza d'impatto.

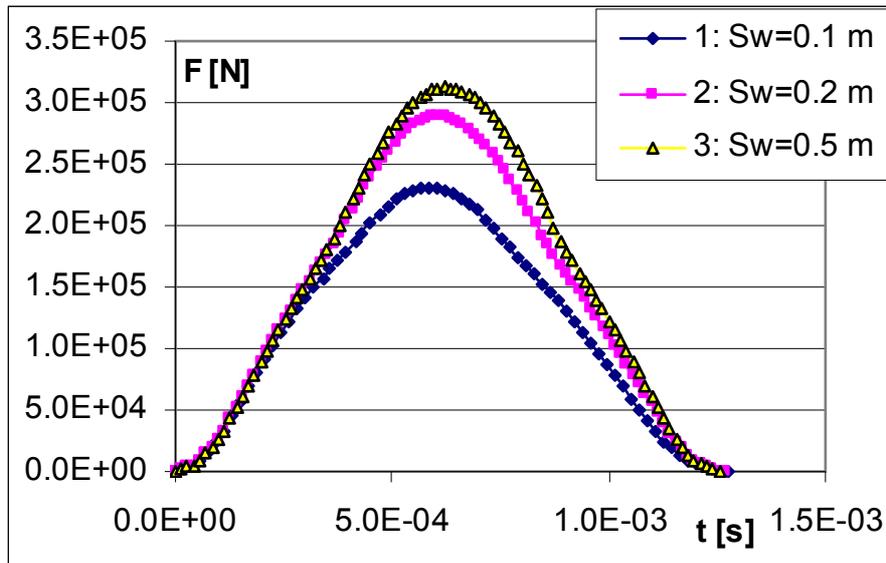


Fig. 10-3. Risultati delle analisi FE. Evoluzione nel tempo della forza, al variare di  $Sw$ , per  $H_s$  e  $E$  fissati ( $H_s = 0.2$  m,  $E = 3 \cdot 10^4$  MPa).

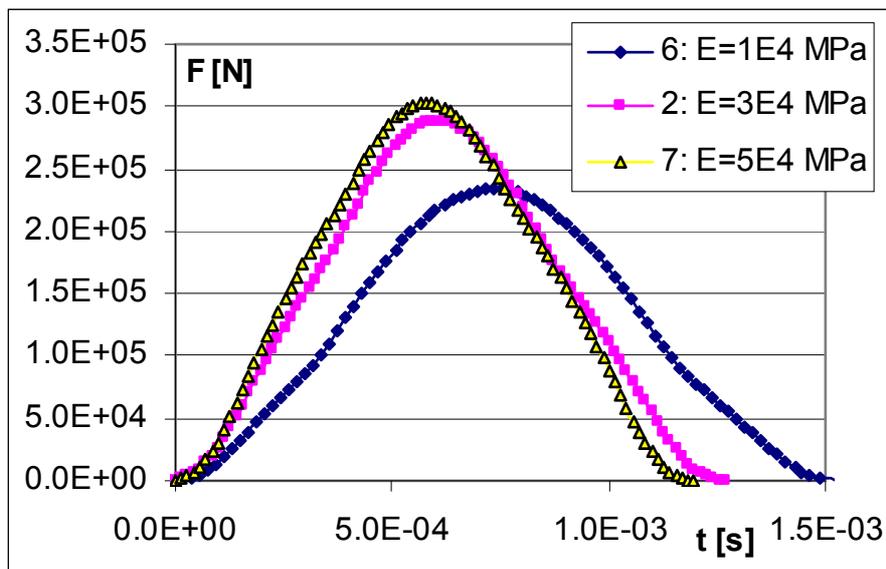


Fig. 10-4. Risultati delle analisi FE. Evoluzione nel tempo della forza, al variare di  $E$ , per  $Sw$  e  $H_s$  fissati ( $H_s = 0.2$  m,  $Sw = 0.2$  m).

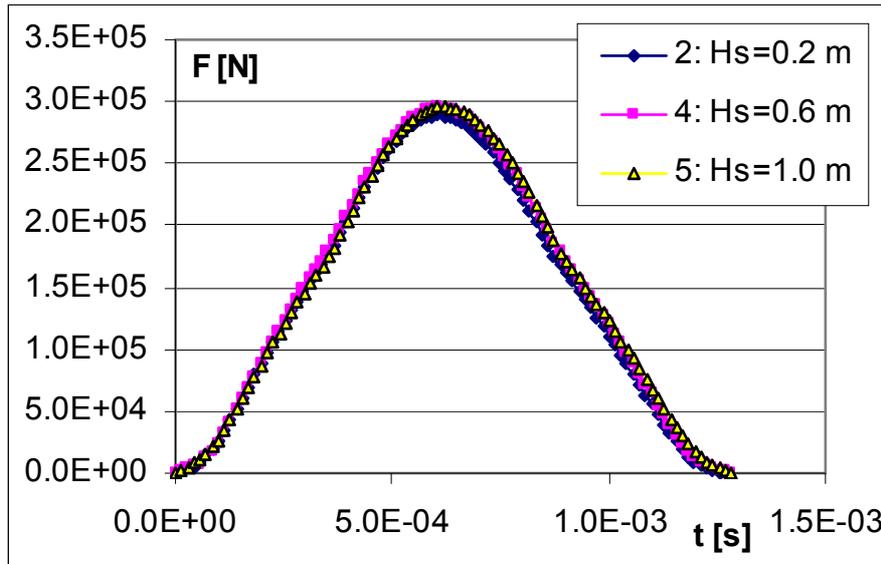


Fig. 10-5. . Risultati delle analisi FE. Evoluzione nel tempo della forza, al variare di  $H_s$ , al variare di  $S_w$  e  $E$  ( $S_w = 0.2$  m,  $E = 3 \cdot 10^4$  MPa).

## 10.2 BLOCCO CONTRO UN MURO FONDATA SU TERRENO ELASTICO LINEARE

Il caso di muro con fondazione su terreno elastico lineare è stato studiato in maggior dettaglio.

Il problema è stato impostato considerando un modello costituito da tre parti : il terreno di fondazione, una barriera e un blocco.

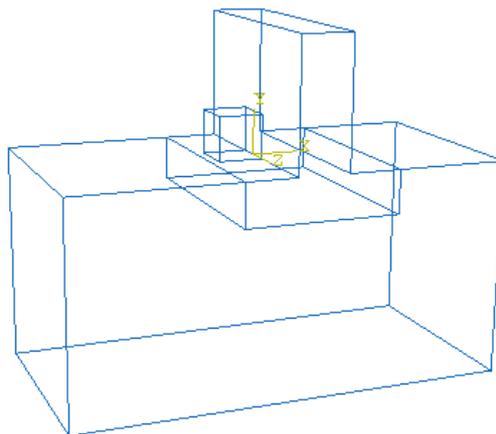
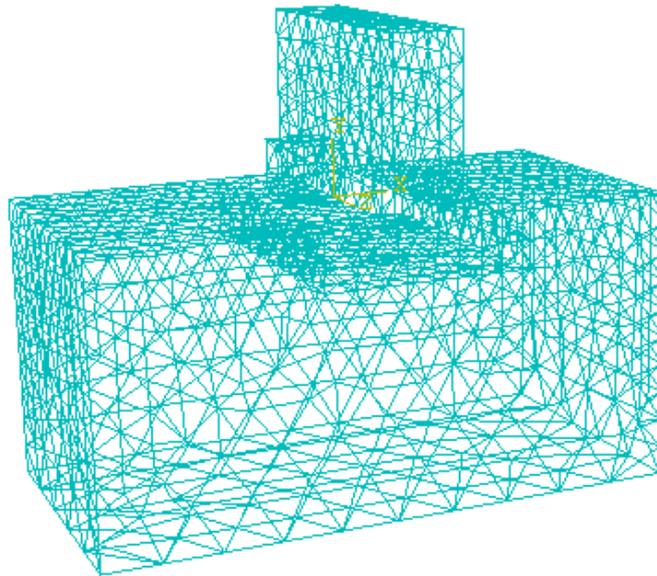


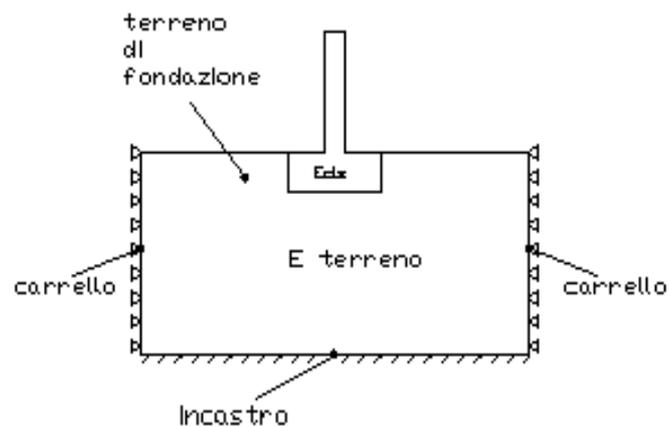
Fig. 10-6. Geometria impostata nelle analisi.

Il terreno di fondazione è incastrato alla base e ha le stesse caratteristiche meccaniche del blocco. La barriera è in calcestruzzo di densità  $2500 \text{ kg/m}^3$ , ha un comportamento elastico lineare con modulo di Young  $E$  pari a  $3 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  e coefficiente di Poisson  $\nu$  uguale a 0.2.

Il blocco ha un comportamento elastico lineare ( $\rho = 2600 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  e  $\nu = 0.2$ , velocità d'impatto  $v = 5 \text{ m/s}$ ) è di forma cubica ed ha un volume pari a  $1.0 \text{ m}^3$ . Nelle Fig. 10-7 e Fig. 10-8 sono riportati il modello numerico e la geometria schematica impostata nelle analisi.

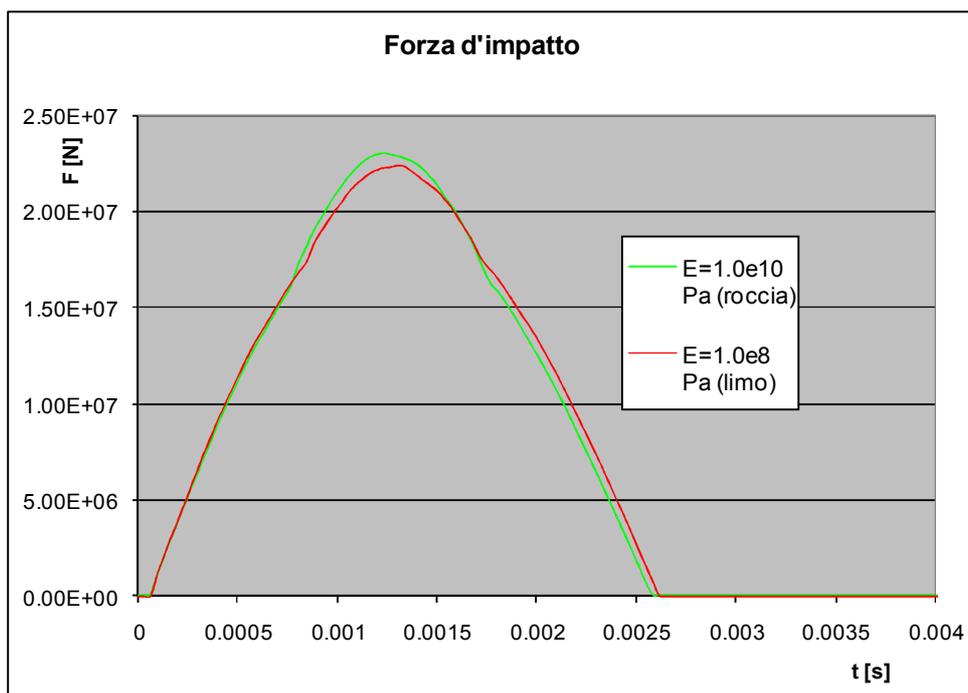


**Fig. 10-7. Modello numerico**



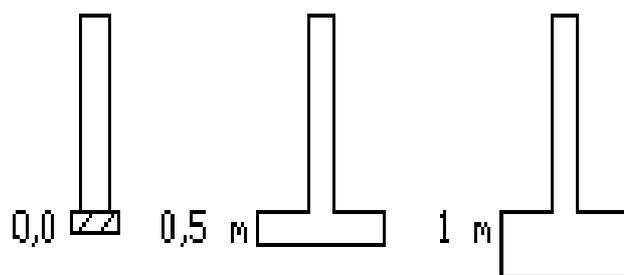
**Fig. 10-8. Muro di calcestruzzo dotato di fondazione.**

Si valuta, di nuovo, l'effetto della rigidità del terreno di fondazione. Si conferma che, a causa dei tempi caratteristici del fenomeno, estremamente brevi, la natura del terreno di fondazione non esercita un'apprezzabile influenza sulla forza d'impatto.

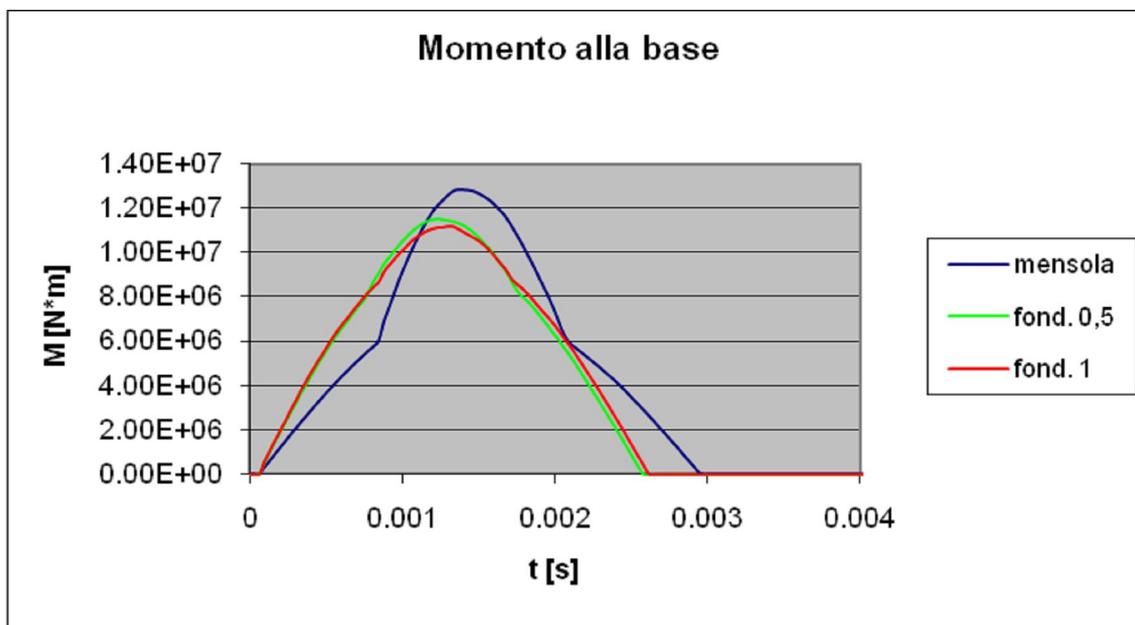
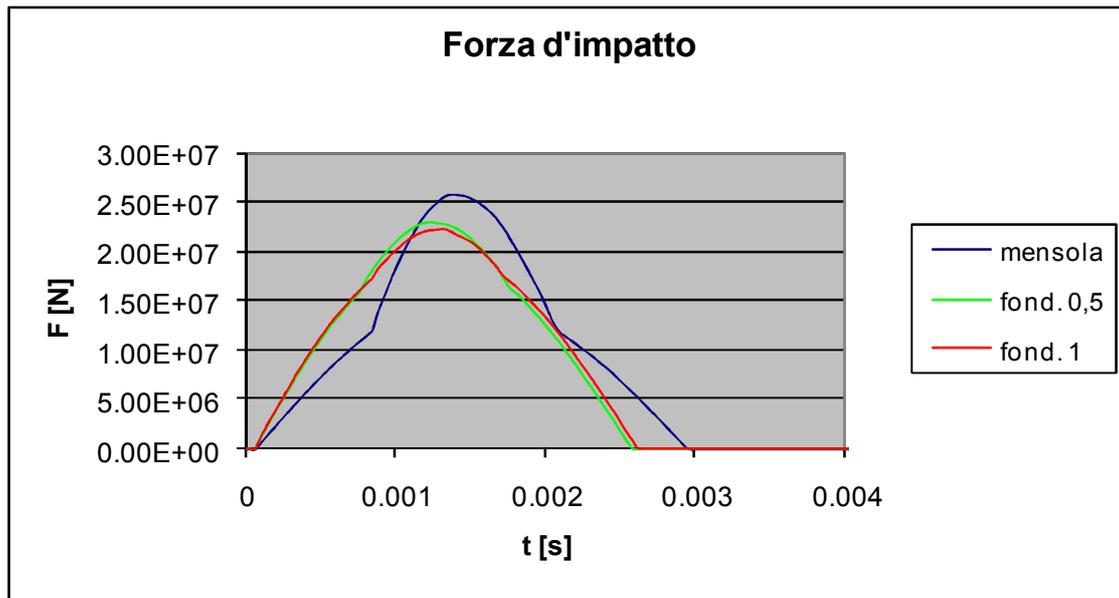


**Fig. 10-9. Influenza del modulo di Young della fondazione.**

Si studia quindi l'effetto del valore dello spessore di fondazione (Fig. 10-10) sul valore della forza d'impatto e sul quello del momento alla base (Fig. 10-11).



**Fig. 10-10. Diversi spessori della fondazione considerati nelle analisi.**



**Fig. 10-11. Forza d'impatto e momento alla base per diversi spessori di fondazione.**

Infine si è valutato l'effetto delle diverse altezze di contatto (Fig. 10-12).

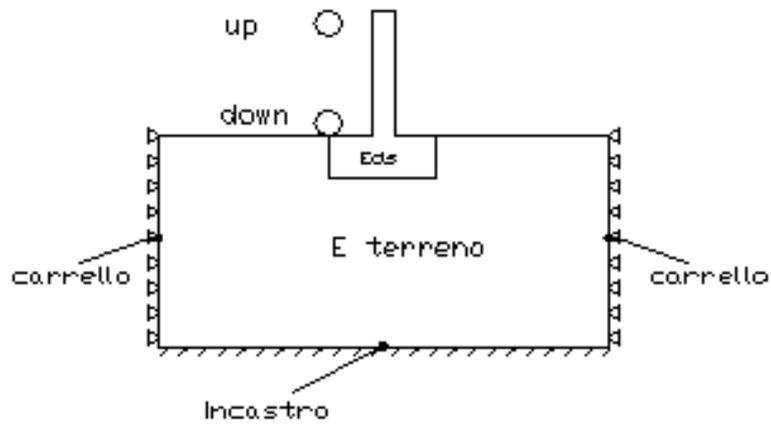
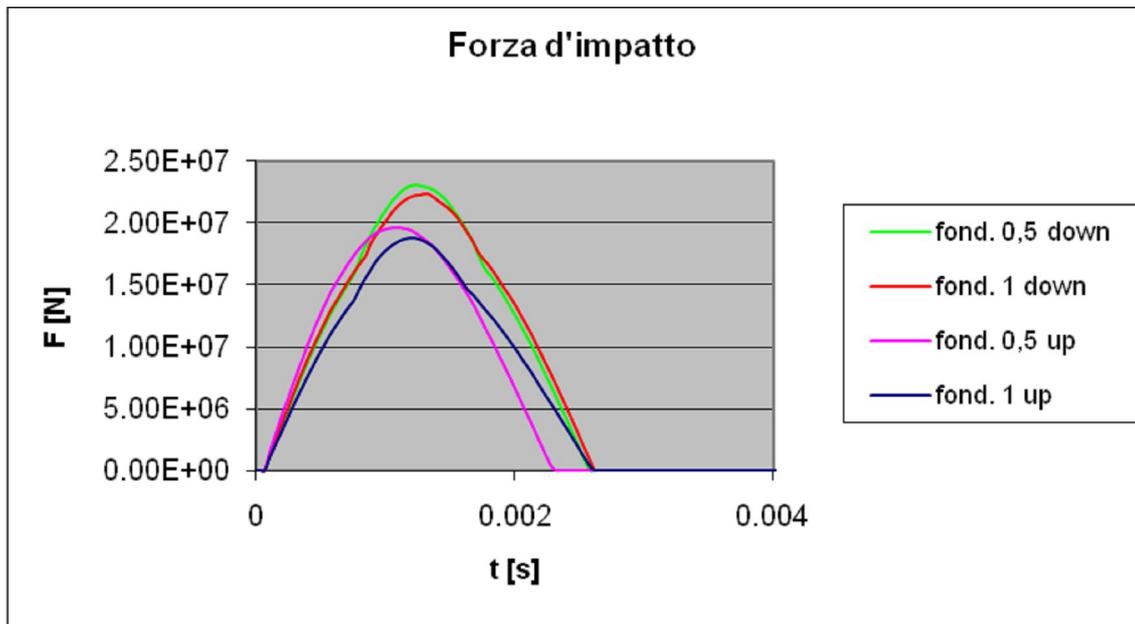


Fig. 10-12. Schema dei diversi punti di impatto del blocco considerati nelle analisi.



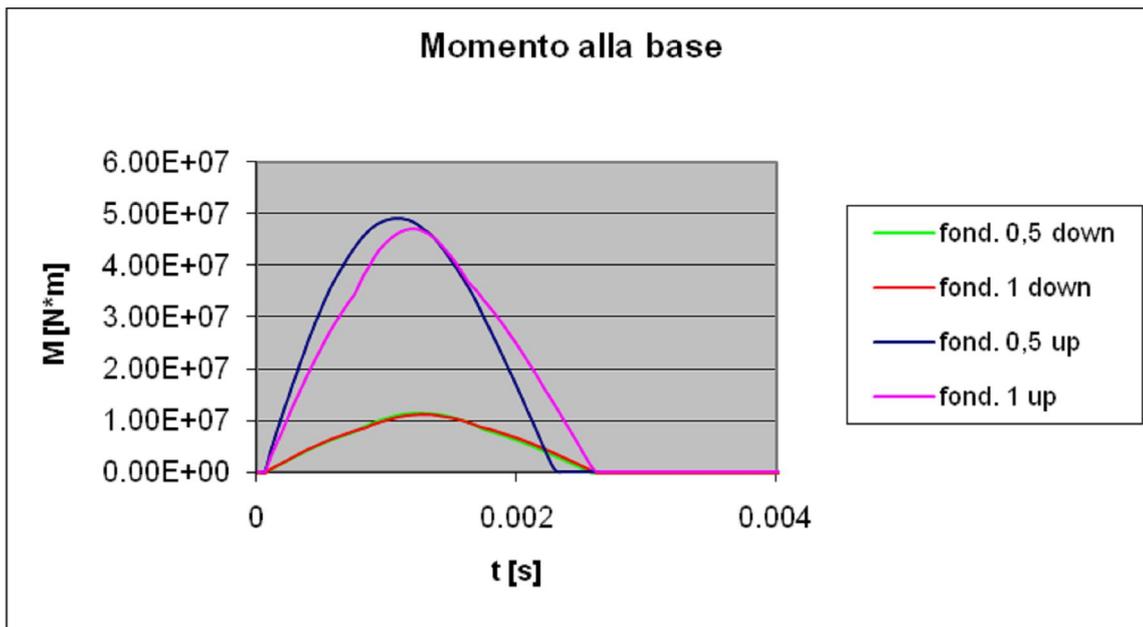


Fig. 10-13. Forza d’impatto e momento alla base per diversi spessori della fondazione.

Rispetto ad una mensola incastrata la forza d’impatto in un muro dotato di fondazione diminuisce, malgrado la massa di quest’ultimo sia maggiore, per effetto della mancanza di incastro al piede.

### 10.3 BLOCCO CONTRO UN MURO PROTETTO DA TRANSIZIONE DI MATERIALE GRANULARE

Dalle analisi precedentemente svolte, si è osservato che la zona di contatto fra i due corpi risulta interessata da deformazioni significative, dovute essenzialmente alle buone proprietà meccaniche di entrambi i corpi.

Si è pensato di interporre a protezione dell’opera uno strato di materiale granulare (transizione), che eserciti una duplice funzione: estendere l’ampiezza dell’intervallo di contatto e l’area di contatto.

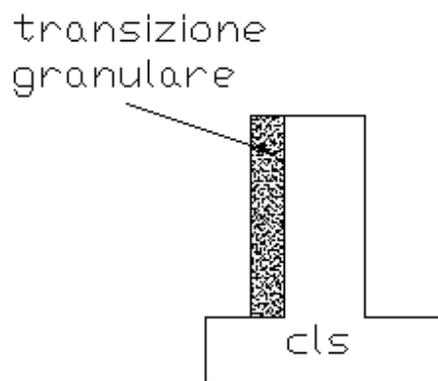
Affinché la transizione sia efficace, le sue proprietà meccaniche devono essere modeste, non confrontabili con quelle del calcestruzzo armato; attenzione deve essere parimenti prestata anche allo spessore della transizione. In questo modo, la transizione diviene sede di deformazioni considerevoli e si ottiene l’effetto desiderato.

### 10.3.1 EFFETTO DELLE PROPRIETÀ MECCANICHE DELLA TRANSIZIONE

Le analisi, riferite allo schema in Fig. 10-14, sono state svolte considerando la transizione costituita di sabbia o, alternativamente, di ghiaia. Entrambi i materiali sono stati modellati adottando un comportamento costitutivo elastico lineare; i parametri assegnati sono:

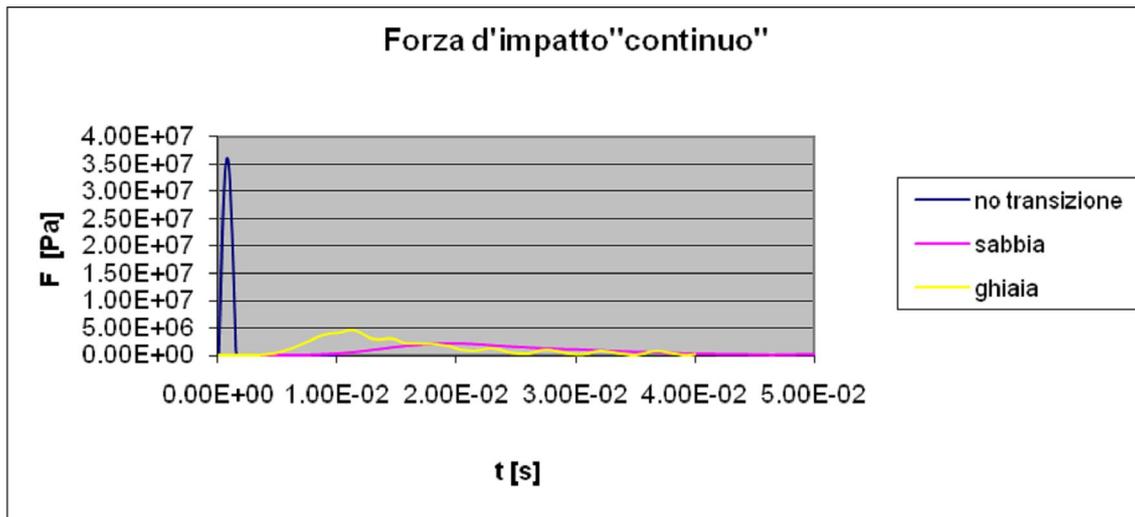
- sabbia:  $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 1e6 \text{ N/m}^2$  e  $\nu = 0.2$ ;
- ghiaia:  $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 1e7 \text{ N/m}^2$  e  $\nu = 0.2$ .

Si è impostato un modello definito “al continuo”: struttura e transizione occupano cioè con continuità il volume complessivamente ad essi assegnato. Di conseguenza, nella modellazione meccanica, la transizione granulare e il muro di calcestruzzo costituiscono un corpo unico, eterogeneo dal punto di vista fisico (diverse densità) e meccanico (differenti proprietà meccaniche).



**Fig. 10-14. Muro in calcestruzzo armato protetto da una transizione granulare.**

La transizione risulta efficace in entrambi i casi; tuttavia, si riscontra un beneficio maggiore nel caso in cui essa sia costituita di sabbia (Fig. 10-15).



**Fig. 10-15. Forza d'impatto nel caso di transizione granulare costituita, alternativamente di sabbia o di ghiaia.**

### 10.3.2 EFFETTO DELLE SPESSORE DELLA TRANSIZIONE

Sebbene la presenza di uno spessore di materiale di transizione, di un qualsiasi materiale, posto a protezione del muro, possa risultare efficace, perché riduce la forza d'impatto e protegge la superficie stessa del muro, va ricordato che la transizione costituisce comunque una massa addizionale, che viene mobilitata nel corso dell'impatto.

Si osserva che, all'aumentare dello spessore della transizione, la forza diminuisce, ma per valori superiori a 0,5 m aumenta nuovamente, pur rimanendo inferiore ai valori corrispondenti al caso di assenza di transizione (Fig. 10-16).

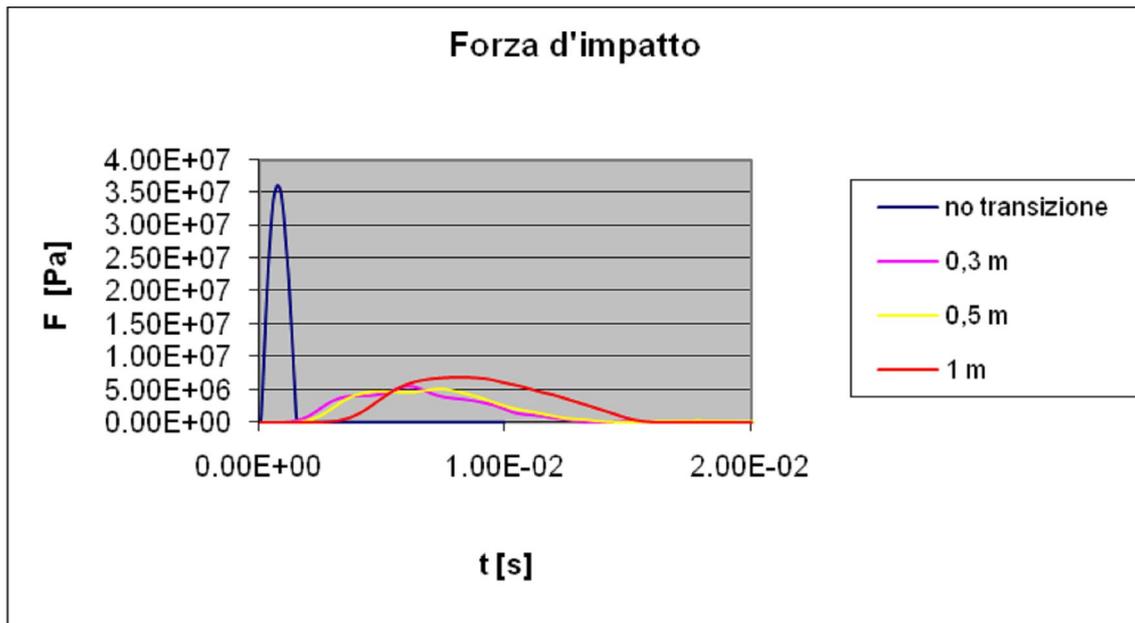


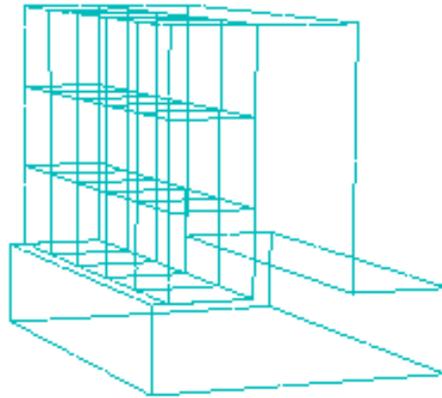
Fig. 10-16. Forza d'impatto per diversi valori dello spessore della transizione.

### 10.3.3 EFFETTO DEL PROFILO DI CONTATTO DELLA TRANSIZIONE

Il modello di rappresentazione meccanica del materiale che costituisce la transizione, precedentemente utilizzato, è un modello usualmente definito “al continuo”; occupa cioè con continuità il volume complessivamente ad esso assegnato. Di conseguenza, nella modellazione meccanica, la transizione granulare e il muro di calcestruzzo costituiscono un corpo unico, eterogeneo dal punto di vista fisico (diverse densità) e meccanico (differenti proprietà meccaniche).

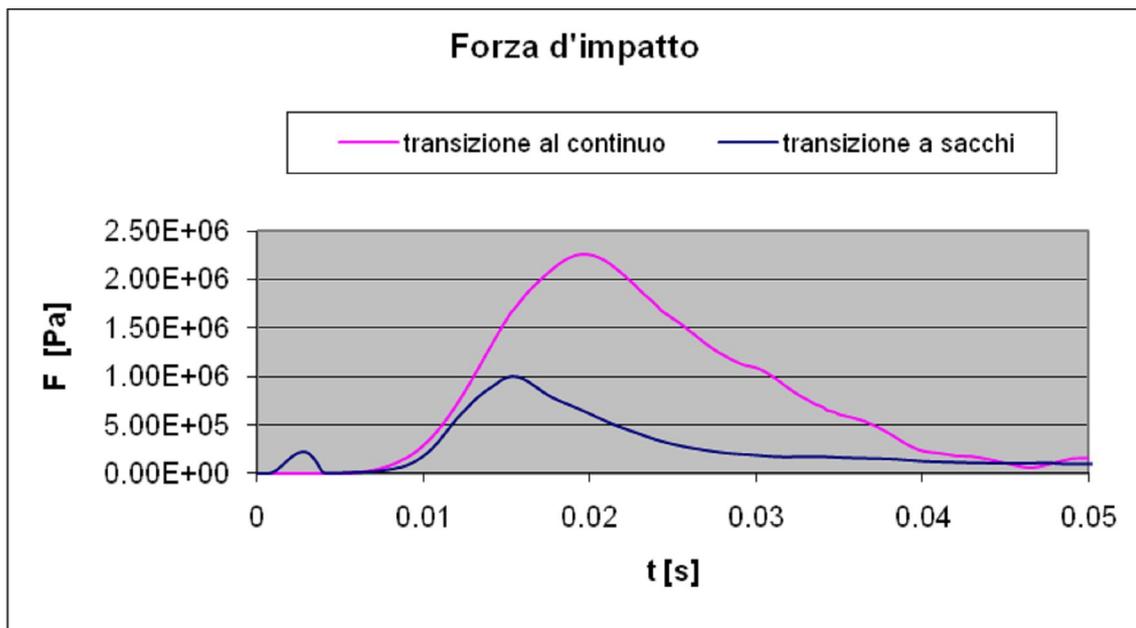
Il modello così elaborato corrisponde, nella realtà, alla condizione per la quale il materiale granulare sia disposto a stretto contatto con il paramento verticale del muro, e sia anche racchiuso da una membrana o una rete metallica ancorata alla base del muro.

Si è anche considerato il caso di transizione granulare costituita di sabbia contenuta in sacchi separati, perché la sabbia risulta più efficace della ghiaia nel ridurre la forza di impatto (Fig. 10-15).



**Fig. 10-17. Transizione costituita di sacchi di sabbia.**

In questo caso, si è osservato una significativa riduzione della forza d'impatto, *dovuta al coinvolgimento di un singolo sacco nell'impatto* (Fig. 10-18).



**Fig. 10-18. Forza d'impatto nei due casi: transizione continua ovvero costituita da sacchi.**

Per comprendere meglio la risposta di un singolo sacco colpito dal blocco ad elevata velocità, si è svolta una ulteriore analisi; per esigenze computazionali l'analisi è stata suddivisa in due fasi distinte.

Nella *prima fase*, si è considerato l'impatto del corpo contro il singolo sacco, *scostato dal muro*. In pratica, nei pochi millisecondi di impatto fra il blocco a elevata velocità e il sacco

di sabbia, l'analisi può essere svolta trascurando la presenza del muro. Il corpo colpisce innanzitutto il blocco e si unisce al sacco; entrambi i corpi acquisiscono quindi una velocità comune, che risulta minore di quella iniziale del corpo impattante.

Nella *seconda fase* si è studiato l'impatto di un corpo con massa pari alla somma delle masse del sacco e del corpo, e velocità pari a quella ricavata al termine della prima fase (Fig. 10 - 20).



Fig. 10-19 Prima fase.

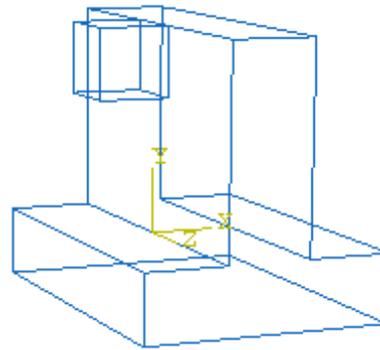
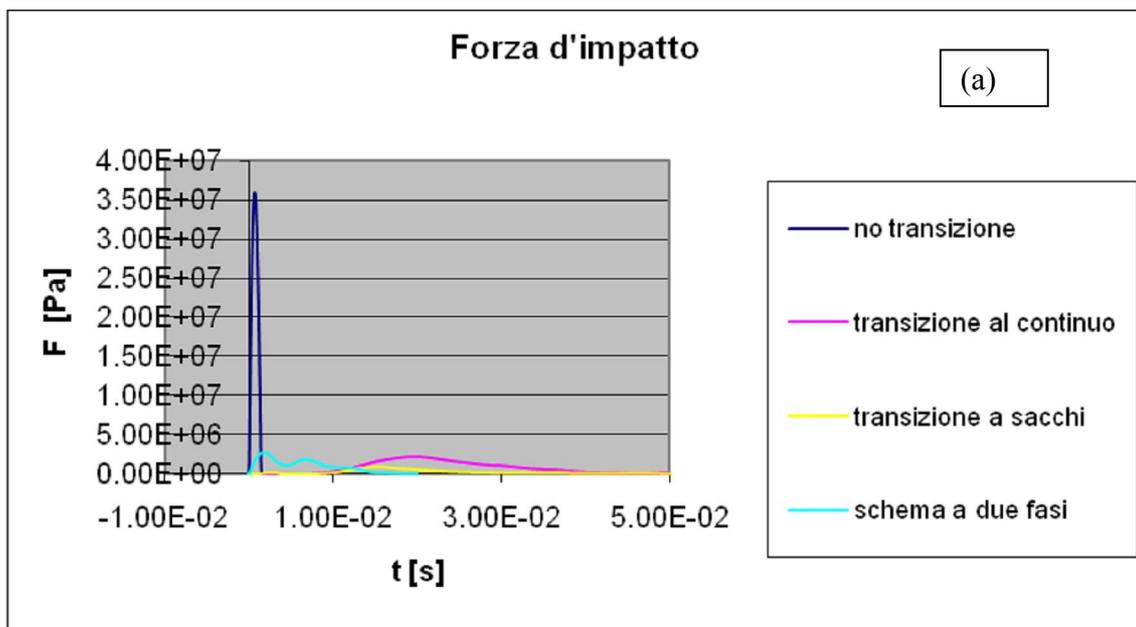
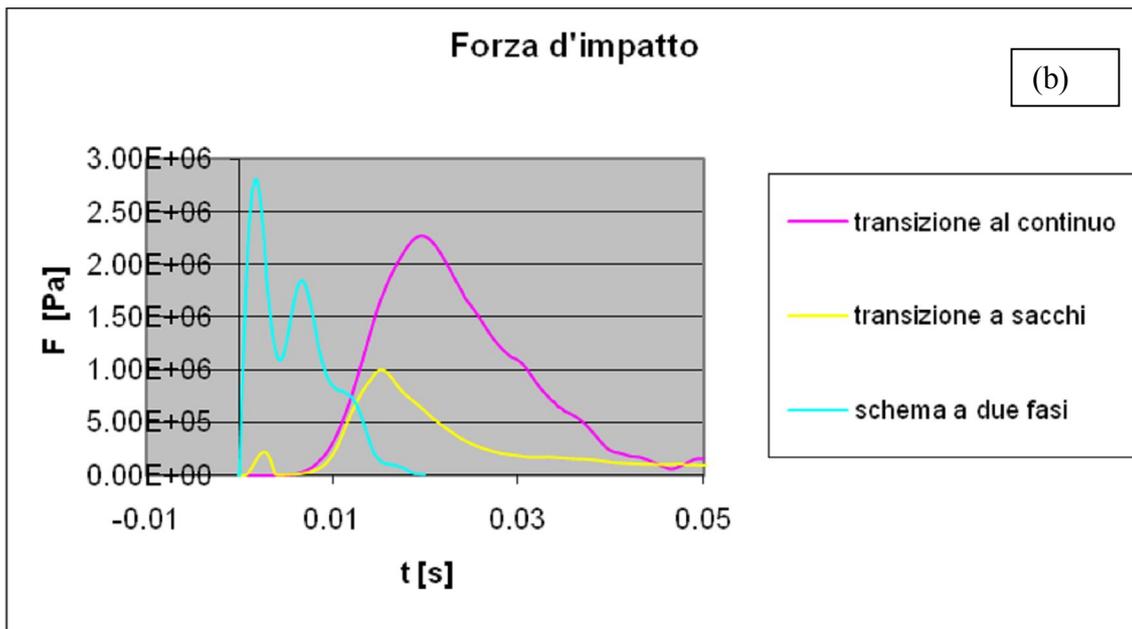


Fig. 10-20. Seconda fase.

La forza che si determina è intermedia fra quelle relative al caso della transizione continua (1) e di assenza della transizione (2); si osserva, inoltre, una riduzione del tempo di contatto (Fig. 10-21 a) e b)).





**Fig. 10-21. Forza d'impatto: confronti.**

Lo schema di calcolo suddiviso in due fasi è caratterizzato da due assunzioni profondamente differenti da quelle adottate nel caso di transizione granulare connessa al muro. Le due ipotesi relative alle velocità del sistema blocco impattante - sacco (prima fase) e al profilo del corpo impattante (seconda fase); tali differenze determinano un impulso (forma della forza d' impatto  $F(t)$  e valore massimo della  $F(t)$ ) che differisce marcatamente dai risultati ottenuti dall'analisi in cui la transizione è costituita da sacchi di sabbia separati.

Nella *prima fase*, infatti, il sacco di sabbia non incontra alcun ostacolo al moto in direzione orizzontale; quindi, il sistema complessivamente in moto, formato dal corpo impattante e dal sacco, acquisisce una velocità, con valore massimo pari a 6,79 m/s (Fig. 10-22), superiore a quella relativa al caso in cui il sacco sia invece ostacolato dal muro, con valore massimo pari a 3,88 m/s (Fig. 10-23).

Questa circostanza, dal punto di vista dinamico, determina una quantità di moto aggiuntiva, corrispondente alla presenza del sacco in moto con velocità maggiore (Fig. 10-22).

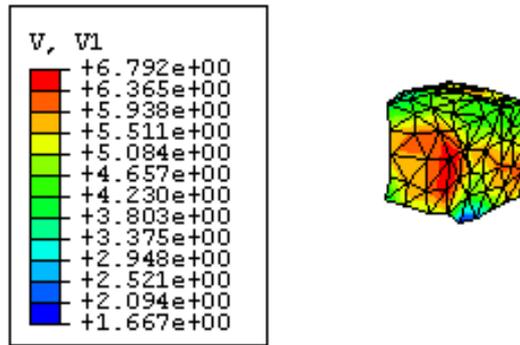


Fig. 10-22. Velocità del sacco nello schema a due fasi: prima fase.

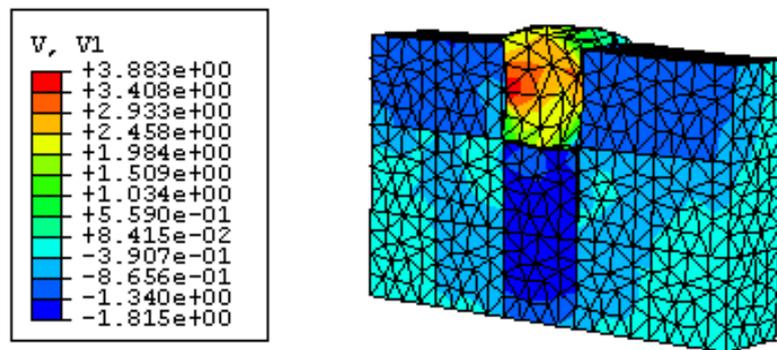
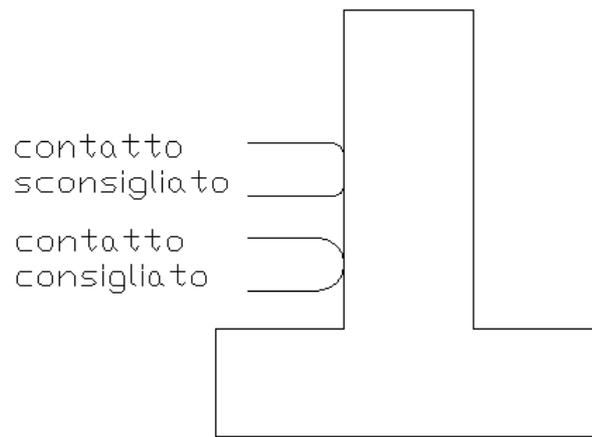


Fig. 10-23. Velocità del sacco nello schema a sacchi.

Nella *seconda fase* si è studiato l’impatto di un corpo con profilo piano contro un muro. Il precedente schema di riferimento prevedeva invece l’impatto di un corpo sferico contro il muro. La modifica del profilo del corpo che impatta il muro provoca sia un aumento del valore di picco della forza d’impatto, sia una riduzione del tempo di contatto.

I risultati del modello di calcolo articolato in due fasi suggerisce, quindi, una modalità piuttosto efficace di disporre il sacco, allo scopo di ridurre la forza d’impatto: evitare il contatto completo (profilo piano) fra la sezione del sacco e la superficie del muro, preferendo invece un’area di contatto limitata; in definitiva, si ritiene più opportuno utilizzare sacchi con profilo curvo , come qualitativamente indicato nella Fig. 10-24.



**Fig. 10-24. Schemi di posa in opera della transizione granulare racchiusa in un sacco.**

## 11. INDICAZIONI PROGETTUALI

### 11.1 ESPRESSIONE ANALITICA DELLA FORZA D'IMPATTO DI COLATE A COMPORTAMENTO FLUIDO

Dalle analisi numeriche presentate nelle sezioni precedenti si evince che le condizioni più critiche, in termini di forza d'impatto, si hanno nel caso in cui un fronte fluido urti la struttura con un fronte piano.

Si è quindi ricostruita un'espressione per la forza in funzione nel tempo, da applicare alla struttura. La procedura è consistita in un lavoro di riorganizzazione dei risultati proposti nelle precedenti sezioni, sia per colata a sezione trasversale triangolare, sia per colata a sezione trasversale rettangolare. Si sono quindi raccolti i risultati ottenuti per:

- altezza del dominio fluido ( $H$ ):  $H = 0.5, 1.0$  m;
- rapporto altezza ( $H$ ) – base ( $b$ ):  $H/b = 1, H/b = 1/3, H/b \rightarrow 0$ ;
- velocità d'impatto ( $U$ ):  $U = 1, 5, 10$  m/s;
- densità del fluido ( $\rho_0$ )  $\rho_0 = 1000, 1500$  kg/m<sup>3</sup>;
- velocità di propagazione delle onde nel fluido ( $c_0$ , legata alla compressibilità del fluido stesso);  $c_0 = 1450$  m/s (fluido puro), 150 m/s (miscela aria - fluido).

I risultati delle analisi FEM mostrano che per entrambi i tipi di sezione trasversale l'evoluzione nel tempo della forza d'impatto  $F(t)$  possiede caratteristiche comuni: possono essere infatti identificate tre fasi per la fase impulsiva;  $a$ : inizialmente, (Fig. 11-1),  $F(t)$  cresce con velocità estremamente elevata, in un tempo molto breve, tendente a zero, raggiungendo il valore massimo;  $b$ : tale valore si mantiene approssimativamente costante, per un periodo molto breve;  $c$ : nella fase finale,  $F(t)$  si annulla, seguendo un'evoluzione nel tempo con legge quadratica (3D) o lineare (2D).

Per determinare quindi una relazione generale per la forza d'impatto  $F(t)$ , si considera inizialmente una relazione del tipo:

$$F(t) = A(t) \cdot \delta \cdot \Delta p_{max} \quad (30)$$

$\Delta p_{max}$  è la massima pressione teorica raggiungibile (definite nelle precedent sezioni);  $A(t)$  è l'area di contatto sulla quale agisce, nel tempo, la pressione massima ( $\Delta p = \Delta p_{max}$ );  $\delta$  è un coefficiente adimensionale

La forza  $F(t)$  dipende dalle dimensioni del fronte fluido ( $b$  e  $H$ ), dalla densità ( $\rho_0$ ), dalla velocità di propagazione delle onde nel fluido ( $c_0$ ), dalla velocità d'impatto ( $U$ ).

L'evoluzione nel tempo della forza d'impatto schematicamente esposta precedentemente può essere spiegata considerando che all'inizio del fenomeno ( $t = 0$ , primo contatto), la pressione  $\Delta p_{max}$  agisce sull'intero fronte a contatto con la parete (le due superfici, infatti, sono verticali e parallele); subito dopo il primo contatto, tuttavia, la condizione al contorno  $\Delta p = 0$  comincia a propagarsi verso l'interno del dominio fluido (e quindi verso le porzioni interne del fronte) con celerità  $c_0$ ; quindi, l'area  $A(t)$ , che, si ricorda, è caratterizzata da  $\Delta p = \Delta p_{max}$  decresce molto rapidamente nel tempo (Fig. 11-1).

In particolare, per il tempo  $\bar{t} = t - t_2$  ( $\bar{t} > 0$ ) si ottiene:

$$(\bar{t}) = A_0 - \lambda \cdot c \cdot \bar{t} \quad (31a)$$

$$A(\bar{t}) = A_0 - 2 \lambda \cdot c \cdot \bar{t} \cdot h - \lambda \cdot c \cdot \bar{t} \cdot (b - 2 \lambda \cdot c \cdot \bar{t}) \quad (31b)$$

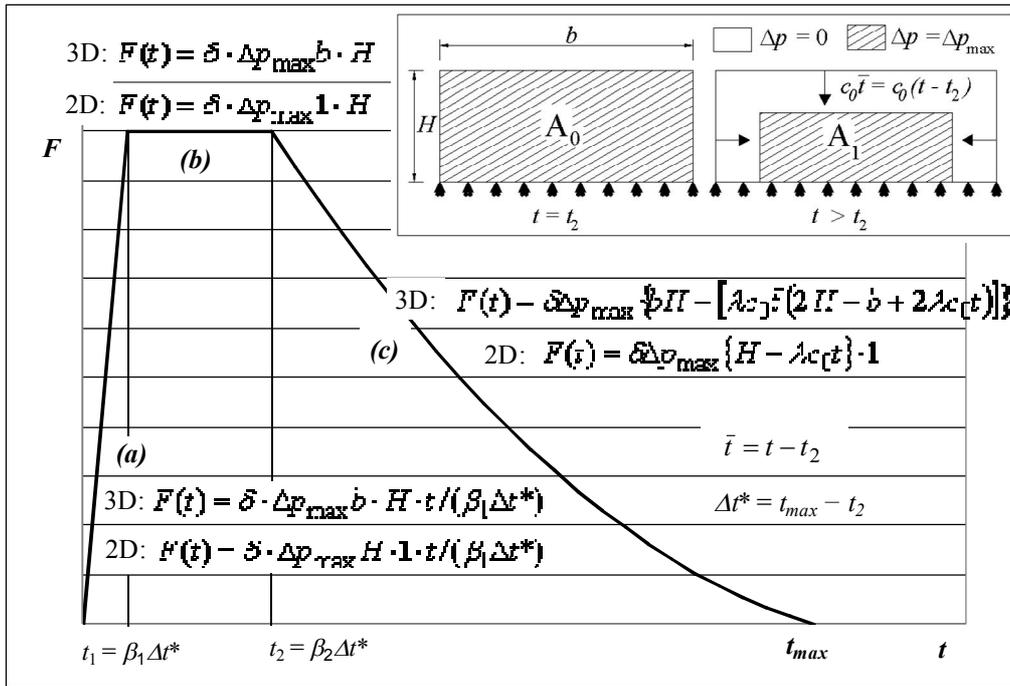
La relazione (31a) è valida per analisi con dominio 2D ( $H/b \rightarrow 0$ ) mentre la (31b) è riferita ad analisi 3D;  $\lambda$ , al pari di  $\delta$ , è un coefficiente adimensionale.

Attraverso le formule (31) è possibile risalire all'intervallo di tempo  $\Delta t^*$  (Fig. 11-1), dopo  $t_2$ , tale che  $A(\bar{t}) = 0$ ; nella schematizzazione analitica dell'evoluzione nel tempo della forza di impatto, per modellare l'intervallo di tempo nel quale agisce la massima forza d'impatto,  $F_{max}$ , sono stati introdotti due altri coefficienti adimensionali ( $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ), proporzionali a  $\Delta t^*$ .

L'evoluzione schematica della forza d'impatto  $F$  è riportata in Fig. 11-1, insieme ai valori suggeriti dei parametri  $\lambda$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\delta$ , per i diversi casi analizzati, ottenuti dalle simulazioni numeriche (FEA).

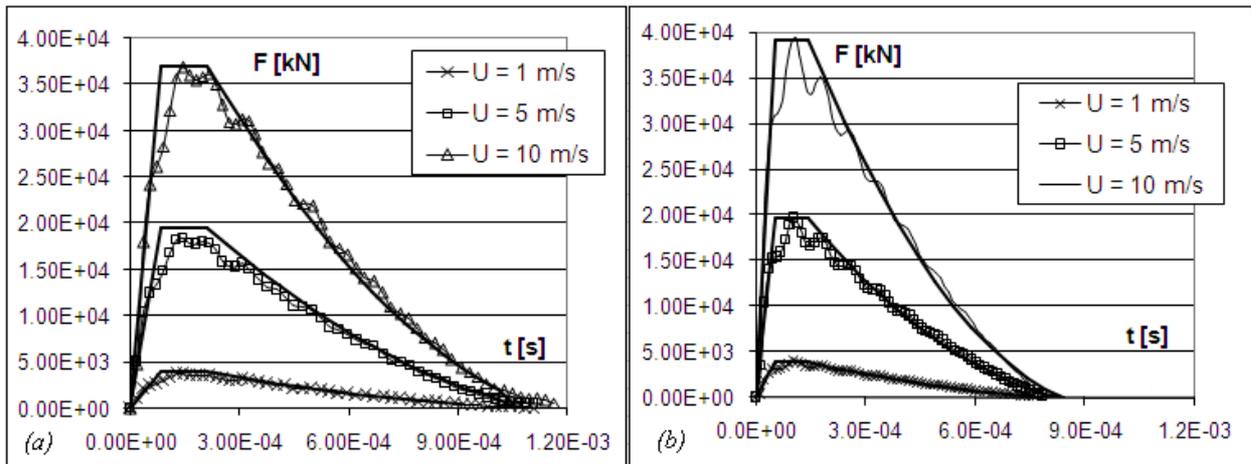
A titolo di esempio, in Fig. 11-2 sono riportati i confronti fra risultati delle analisi numeriche e l'interpretazione analitica, per alcuni casi.

L'espressione analitica proposta per la forza d'impatto è il risultato dell'interpretazione dell'impatto per un caso particolare (fronte fluido piano e parallel alla superficie impattata), ma la meccanica dello sviluppo e seguente dissipazione delle sovrappressioni massime è del tutto generale, quindi può essere applicata allo studio ed interpretazione dei test di laboratorio (velocità  $U$  e altezze del fluido  $H$  variabili rispettivamente tra 0.1 e 3 m/s e tra 0.05 e 0.5 m), impatti di colate a comportamento fluido ( $1 < U < 30$  m/s,  $0.5 < H < 2$  m) e impatto di onda marine e oceaniche ( $1 < U < 15$  m/s,  $0.5 < H < 10$  m).



d.f. (or wave) geometry	$\lambda$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\delta$
<p><math>b \rightarrow \infty</math></p> <p><math>b = H</math></p> <p><math>b = 3 H</math></p>	1.000	0.075	0.200	0.750
	0.750	0.075	0.250	0.900
	1.000	0.075	0.200	0.900
<p><math>b = H</math></p> <p><math>b = 3 H</math></p>	0.750	0.100	0.300	0.850
	1.000	0.075	0.250	0.900

Fig. 11-1. Caratteri analitici dell'evoluzione nel tempo della forza d'impatto  $F(t)$ .



**Fig. 11-2. Confronto tra l'evoluzione nel tempo delle forze di impatto  $F$  valutate attraverso analisi numeriche (FEA) e attraverso le espressioni analitiche proposte in Fig. 11-1;  $H = 1$  m,  $b = 3H$ ,  $c_0 = 1450$  m/s,  $\rho_0 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>; dominio fluido caratterizzato da (a) sezione trasversale rettangolare, (b) sezione trasversale triangolare.**

## 11.2 IMPULSO DI COLATE A COMPORTAMENTO FLUIDO

Nel caso di impatto di una corrente fluida con forma generica, si è visto, nelle sezioni precedenti, che il caso di fronte piano e parallelo alla superficie solida costituisce un estremo superiore anche in termini di impulso.

E' quindi possibile studiare la risposta della struttura fornendo come dato di ingresso nella progettazione di strutture di mitigazione il valore assunto dall'impulso, come riportato nella sezione I. Si ricordano le relazioni precedentemente determinate:

$$I = 0.40 \rho_0 U H b^2 \quad \text{se } b/H = 1$$

$$I = 0.22 \rho_0 U H b^2 \quad \text{se } b/H = 3$$

$$I = 0.78 \rho_0 U H^2 \quad \text{se } b/H \rightarrow 0 (b \gg H); I \text{ valutato per unit\`a di larghezza}$$

in cui  $I$  è l'impulso,  $\rho_0$  la densità del fluido,  $U$  la velocità all'impatto,  $H$  l'altezza della corrente e  $b$  la larghezza.

### 11.3 IMPATTO DI BLOCCHI: RICHIAMI DELLA TEORIA DELL'ANALISI DIMENSIONALE

Si consideri la relazione:

$$g_0 = f(g_1, g_2, \dots, g_n) \quad (11.1)$$

fra le grandezze  $(g_1, g_2, \dots, g_n)$  che caratterizzano un dato fenomeno (variabili indipendenti o variabili di controllo) e una grandezza di interesse  $g_0$  relativa al fenomeno medesimo (variabili dipendenti o variabili di stato).

La relazione fisica tra le grandezze considerate non dipende evidentemente dai riferimenti o dai sistemi di misura adottati, anche se la forma specifica della (11.1) può in generale variare in relazione ad essi.

Tra le grandezze  $(g_1, g_2, \dots, g_n)$  si scelgono tre grandezze fra loro dimensionalmente indipendenti, ovverosia rappresentanti una terna di grandezze base per un sistema di unità di misura.

Posto che siano  $(g_1, g_2, g_3)$  si può scrivere:

$$[g_i] = [g_1]^{\alpha_i} [g_2]^{\beta_i} [g_3]^{\gamma_i} \quad i=1,2,3,\dots,n \quad (11.2)$$

esprimere le dimensioni di ogni grandezza come prodotto di potenze delle tre grandezze base del sistema di unità scelto.

Si definiscono poi le grandezze:

$$\pi_i = \frac{g_i}{g_1^{\alpha_i} g_2^{\beta_i} g_3^{\gamma_i}} \quad (11.3)$$

Per loro stessa definizione, le  $\pi_i$  sono grandezze adimensionali, e rappresentano la misura delle  $g_i$ , rispetto alla terna  $(g_1, g_2, g_3)$ .

Poiché, come già osservato, la dipendenza fra le grandezze considerate non dipende dal sistema di misura, se non per la forma della relazione funzionale che le lega, la (11.1) può essere scritta nella forma:

$$\pi_0 = f_1(1,1,1, \pi_4, \pi_5, \dots, \pi_n) \quad (11.4)$$

essendo la misura delle  $(g_1, g_2, g_3)$  rispetto a se stesse pari all'unità.

Risulta, in definitiva:

$$\pi_0 = f_2(\pi_4, \pi_5, \dots, \pi_n) \quad (11.5)$$

La (12.5) mostra che con una opportuna scelta del sistema di misura, è possibile ridurre il numero delle variabili indipendenti di tre unità.

Questo risultato è noto come teorema di Riabucinski-Buckingham.

La (12.5) può essere espressa in termini di  $g_0$ :

$$g_0 = g_1^{\alpha_0} g_2^{\beta_0} g_3^{\gamma_0} f_2(\pi_4, \pi_5, \dots, \pi_n) \quad (11.6)$$

La formulazione di un problema in termini dimensionali richiede di abbandonare le usuali grandezze base scelte come unità di misura, per passare ad un sistema di riferimento intrinseco al problema.

Scelta la terna, gli esponenti  $\alpha, \beta, \gamma$  nelle (11.3) si determinano sostituendo alle  $(g_1, g_2, g_3)$  e alle  $g_i$  le rispettive dimensioni rispetto all'usuale sistema di riferimento (M,L,T), poiché la dimensione di un gruppo è per definizione nulla, deve essere verificata la:

$$[g_i] = [g_1]^{\alpha_i} [g_2]^{\beta_i} [g_3]^{\gamma_i} \quad (11.7)$$

Nella (12.7) devono essere eguagliati gli esponenti di ciascuna delle tre grandezze base (massa M, lunghezza L, tempo T), determinando così un sistema di tre equazioni nelle tre incognite  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ .

#### 11.4 IMPATTO DI BLOCCHI: INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI ANALITICI E NUMERICI (FEM) CON L'ANALISI DIMENSIONALE

Le variabili indipendenti sono l'impulso  $I$ , i moduli di elasticità di entrambi i corpi  $E_1$  e  $E_2$ , le loro masse  $m_1$  e  $m_2$ , il raggio che approssima il corpo che impatta  $R_1$ , e la sua velocità  $v$ .

Si può quindi scrivere:

$$\pi = f(I, E_1, E_2, m_1, m_2, R_1, v)$$

Si scelgono come variabili indipendenti:

$E_1, m_1, R_1$  relative al corpo impattante.

Per i gruppi adimensionali:

$$\pi_p = \frac{I}{E_1^\alpha m_1^\beta R_1^\gamma} \Rightarrow I = MLT^{-1} = M^\alpha L^{-\alpha} T^{-2\alpha} M^\beta L^\gamma \Rightarrow \begin{aligned} \alpha &= 1/2 \\ \beta &= 1/2 \\ \gamma &= 3/2 \end{aligned}$$

$$\pi_v = \frac{v}{E_1^\alpha m_1^\beta R_1^\gamma} \Rightarrow I = LT^{-1} = M^\alpha L^{-\alpha} T^{-2\alpha} M^\beta L^\gamma \Rightarrow \begin{aligned} \alpha &= 1/2 \\ \beta &= -1/2 \\ \gamma &= 3/2 \end{aligned}$$

Si ottiene:

$$\pi_p = \frac{I}{\sqrt{E_1 m_1 R_1^3}} = \pi_2$$

$$\pi_v = v \sqrt{\frac{m_1}{E_1 R_1^3}} = \pi_1$$

L'impulso può essere scritto come:

$$I = \sqrt{E_1 m_1 R_1^3} g\left(\frac{E_1}{E_2}, \frac{m_1}{m_2}, v \sqrt{\frac{m_1}{E_1 R_1^3}}\right)$$

#### 11.4.1 BLOCCO CONTRO UN MURO DOTATO DI FONDAZIONE

Fissate le caratteristiche geometriche, fisiche e meccaniche del muro e del corpo impattante, sono state svolte analisi assegnando diversi valori della velocità.

Le analisi sono state svolte sia per via analitica sia per via numerica.

##### Metodo analitico

Indicate con il pedice 1 le caratteristiche del corpo impattante, e con 2 quelle del muro, sono stati fissati i moduli di elasticità  $E_1$  e  $E_2$ , la massa  $m_1$  (quella del muro è infinitamente grande), il raggio  $R_1$  (quello del muro è stato posto infinitamente grande per simulare una parete verticale), i coefficienti di Poisson  $\nu_1$  e  $\nu_2$ , e la velocità del corpo  $v$ . Si è applicata la formula di Hertz:

$$P = 4 * E * \frac{\delta_z}{3 * \left(\frac{1}{R}\right)^{0,5}}$$

$$t_c = 2,87 * \sqrt{m^2 * R * \frac{(1/E)^2}{v}}$$

dove:

$$E = \frac{(1-v_1^2)}{E_1} + \frac{(1-v_2^2)}{E_2}, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \frac{1}{m} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2},$$

$$\delta_z = \left( 15 * \frac{m * v^2 * (1/E) \sqrt{1/R}}{16} \right)^{0,4}$$

Per calcolare una serie di valori della Forza di contatto e del tempo di contatto per diversi valori della velocità. Utilizzando la formula che approssima la forma dell'impulso:

$$I = \frac{2}{3,14} * P * t_c$$

si è ottenuta una serie di valori dell'impulso. Ricordando che:

$$\pi_v = v \sqrt{\frac{m_1}{E_1 R_1^3}} = \pi_1 \quad \text{e} \quad \pi_p = \frac{I}{\sqrt{E_1 m_1 R_1^3}} = \pi_2$$

si ottengono due serie di valori di questi gruppi dimensionali (Tabella ).

**Tabella 1. Serie di valori dei due gruppi dimensionali.**

v	P [N]	tc [s]	I [Ns]	Π2	Π1
1	1,130E+06	4,388E-03	3,156E+03	9,877E-04	4,260E-04
2	2,595E+06	3,820E-03	6,312E+03	1,975E-03	8,521E-04
3	4,222E+06	3,523E-03	9,468E+03	2,963E-03	1,278E-03
4	5,963E+06	3,326E-03	1,262E+04	3,951E-03	1,704E-03
5	7,794E+06	3,181E-03	1,578E+04	4,939E-03	2,130E-03
6	9,700E+06	3,067E-03	1,894E+04	5,926E-03	2,556E-03
7	1,167E+07	2,974E-03	2,209E+04	6,914E-03	2,982E-03
8	1,370E+07	2,895E-03	2,525E+04	7,902E-03	3,408E-03
9	1,578E+07	2,828E-03	2,841E+04	8,889E-03	3,834E-03
10	1,791E+07	2,769E-03	3,156E+04	9,877E-03	4,260E-03

Riportando in ascissa i valori di  $\pi_1$  e in ordinata quelli di  $\pi_2$ , si osserva che i punti, come atteso, si distribuiscono lungo una retta (Fig. 11-3).

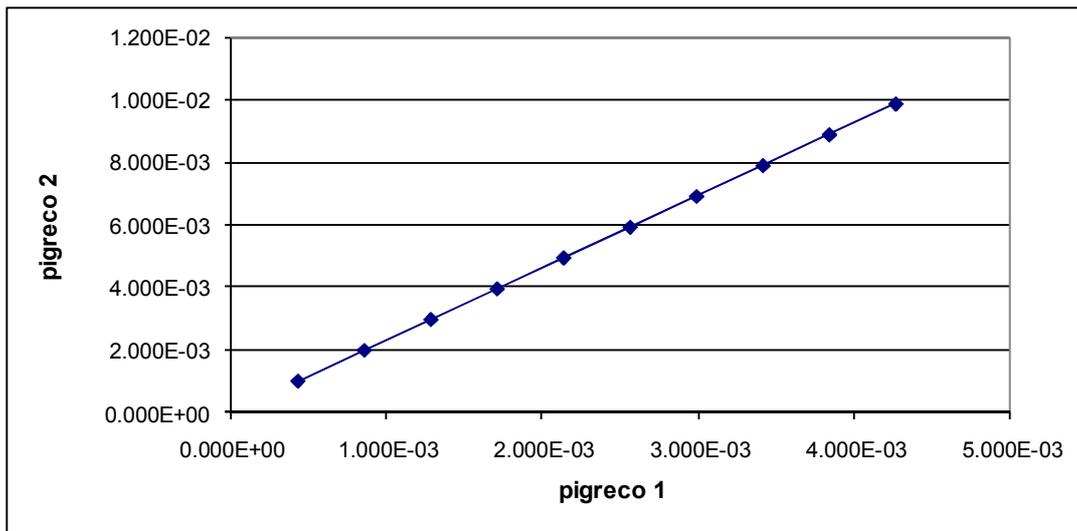


Fig. 11-3. Valori assunti da  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .

Successivamente, gli stessi calcoli sono stati svolti per diversi valori del rapporto tra le masse dei due corpi (Fig. 11-4).

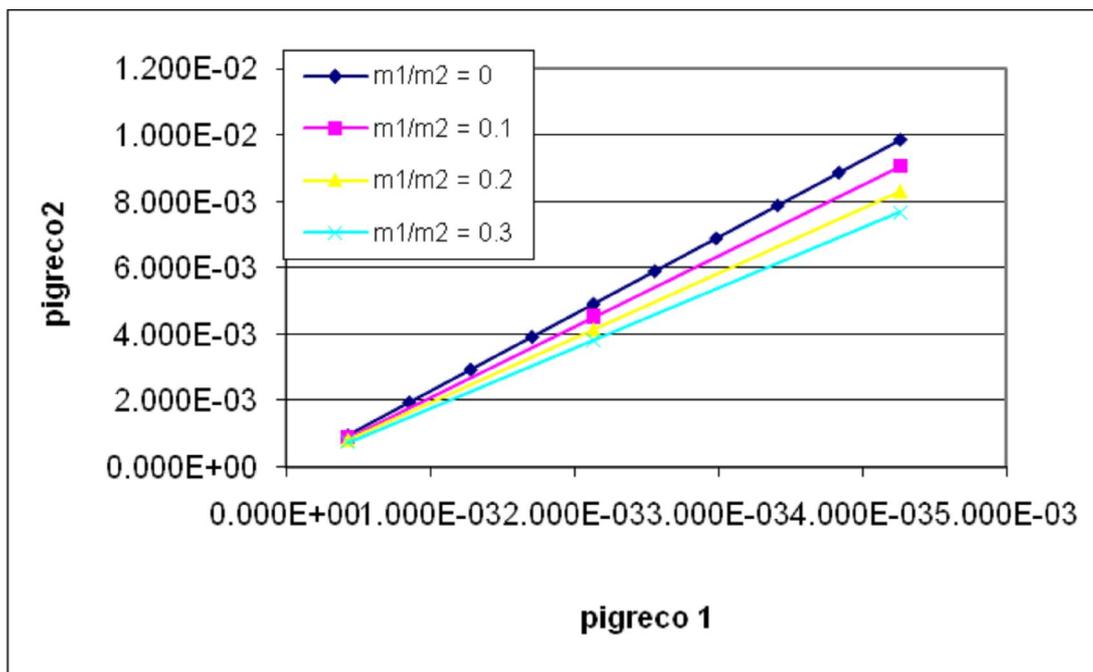


Fig. 11-4.  $\pi_1$  e  $\pi_2$  per diversi valori del rapporto fra le due masse.

Per verifica sono stati fissati dei valori di  $m_1$  e  $m_2$  diversi da quelli precedenti, ma che abbiano lo stesso rapporto, 0.3.

Si osserva che sebbene, a parità di densità, una massa diversa implichi un raggio diverso e quindi diversi valori della forza e del tempo di contatto  $P$  e di  $t_c$ , i punti si distribuiscono ancora sulla stessa retta, in particolare quella corrispondente al rapporto fra le masse pari a 0,3 precedentemente trovata (Fig. 11-5).

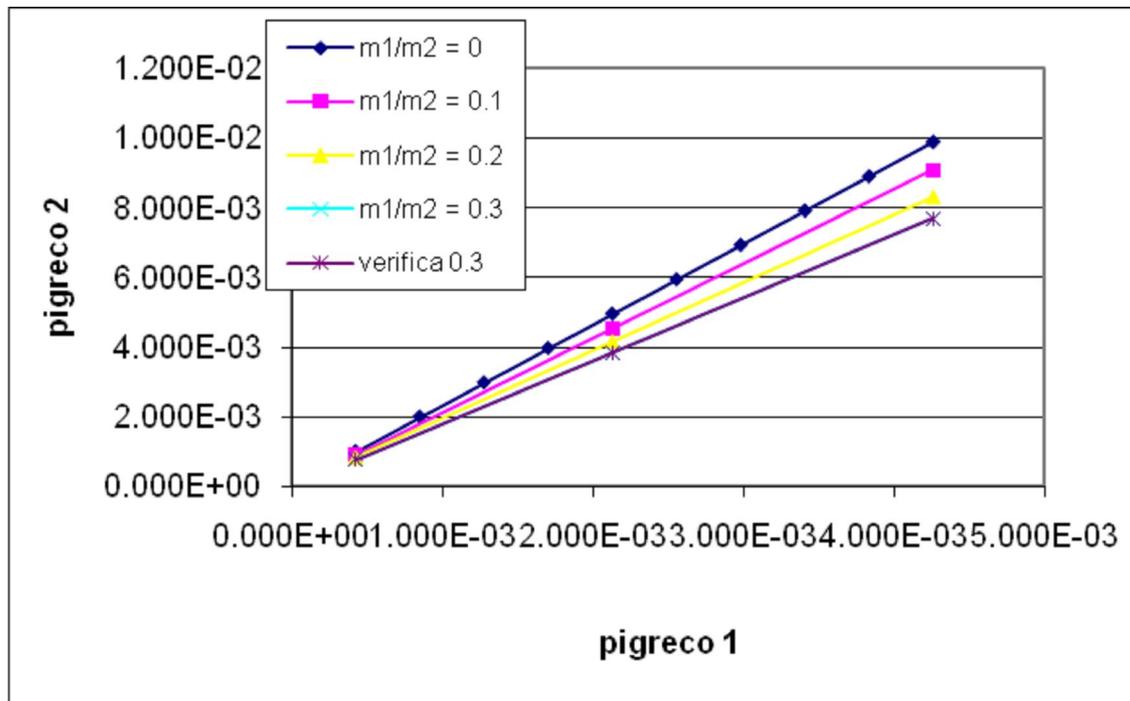


Fig. 11-5. Verifica 1.

Infine, tornando al caso in cui la massa del muro è infinitamente grande rispetto a quella del corpo impattante, sono state svolte ulteriori analisi facendo variare la densità e quindi, a parità di massa, il raggio.

Si osserva che, ancora una volta, i punti si distribuiscono sulla retta trovata con la prima analisi.

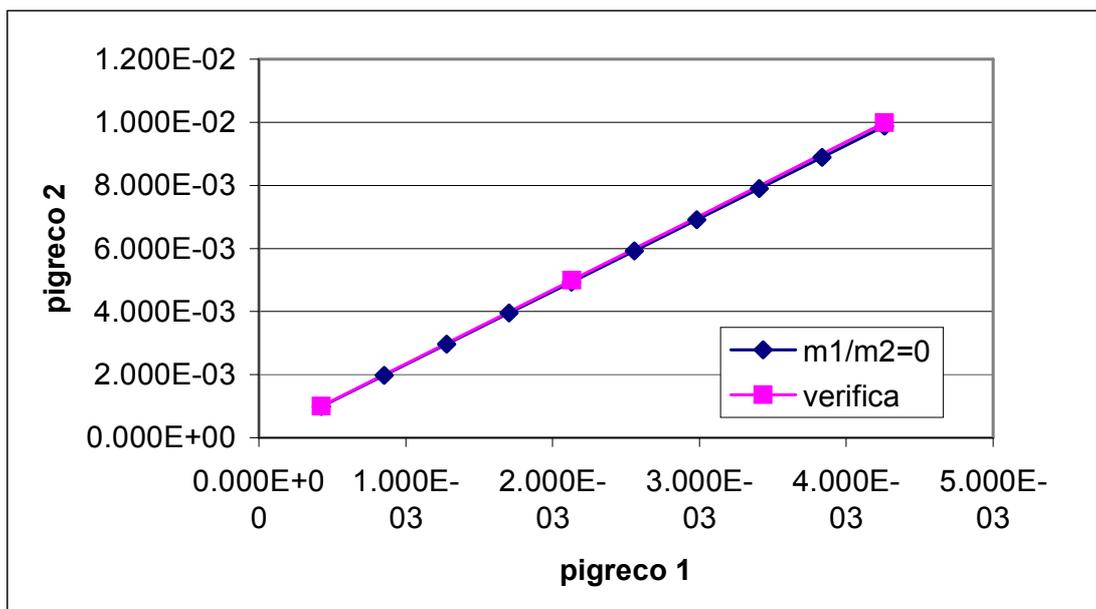


Fig. 11-6. Verifica 2.

### Metodo numerico

Fissate le caratteristiche geometriche, fisiche e meccaniche del corpo impattante e del muro, sono stati ottenuti i valori dell'impulso tramite un modello 3D agli elementi finiti.

Da una serie di valori dell'impulso, corrispondente ad una serie di valori della velocità del corpo, si sono calcolate le serie di valori di  $\pi_1$  e di  $\pi_2$ .

Disponendo di un modello 3D è stato possibile eseguire i calcoli per un muro di altezza 3m con diversi spessori di fondazione e diversa sezione (Fig. 11-7).

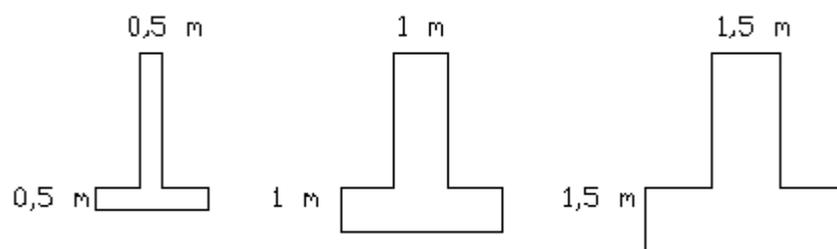
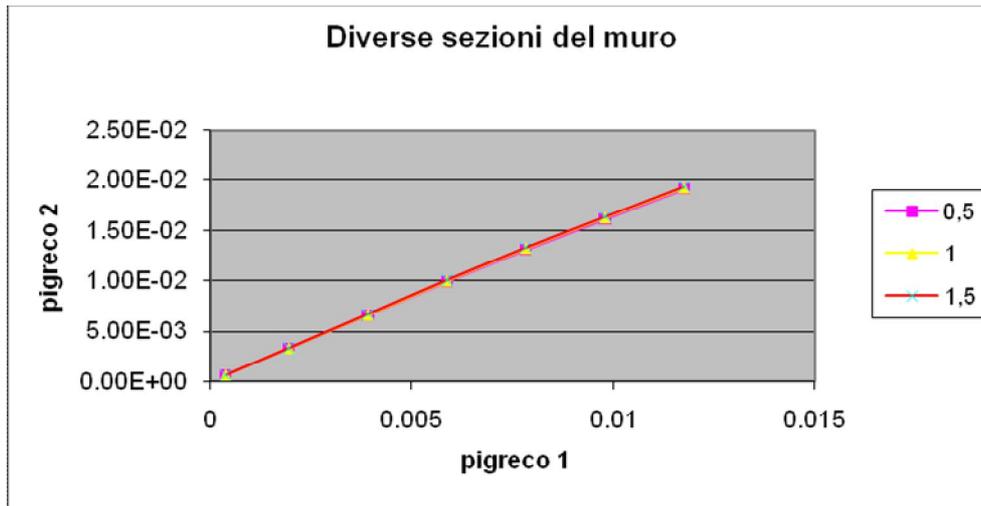


Fig. 11-7. Profili del muro.

I risultati ottenuti sono stati riportati in diagramma (Fig. 11-8).



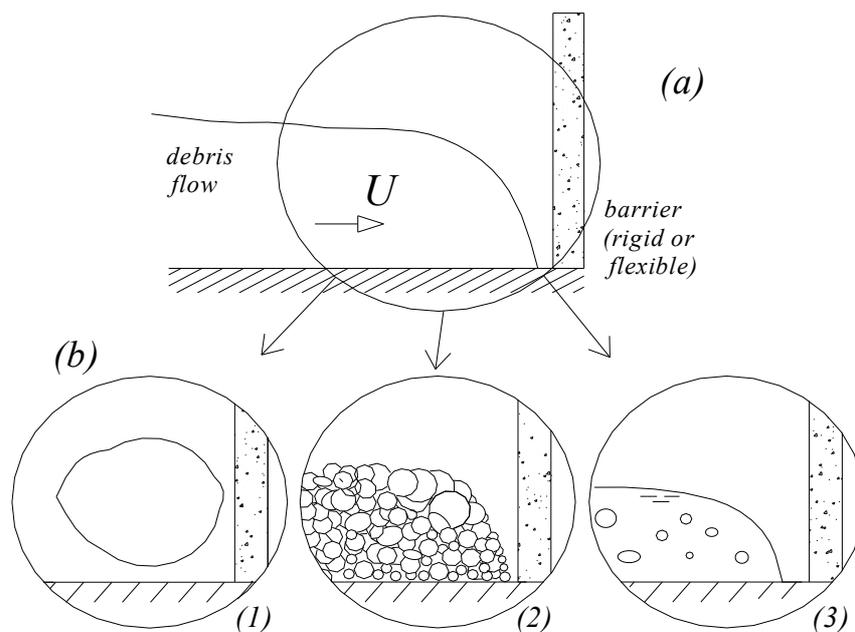
**Fig. 11-8.**  $\pi_1$  e  $\pi_2$  per diversi profili del muro.

## CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

La conoscenza delle azioni che nascono in corrispondenza dell'impatto di colate di detriti (debris flows) su strutture consente una razionale progettazione di opere di difesa e mitigazione del rischio.

A causa dell'estrema variabilità delle concentrazioni di solidi nella massa in movimento, che ne determina il comportamento per caratterizzare le azioni all'impatto, sono stati considerati, nella presente tesi, modelli di comportamento semplificati (Fig. 1-3):

- impatto di sospensioni fluide;
- impatto di blocchi isolati;
- impatto di correnti granulari asciutte.



**Fig. 0-1. Impatto di debris flows; (a): schema generale dell'impatto tra una corrente di detriti in rapido movimento ed una struttura; (b): modelli semplificati adottati nello studio dei fenomeni di propagazione ed impatto; (1): blocchi (isolati o in gruppo); (2): correnti granulari asciutte o sature; (3): correnti a comportamento fluido, per le quali è possibile una grande varietà di concentrazioni di solidi.**

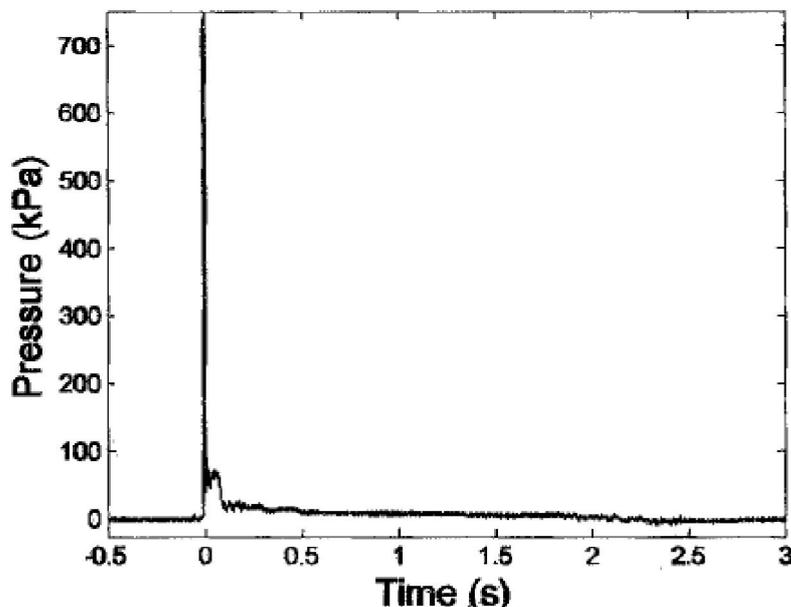
Si riportano, di seguito, i principali risultati, ottenuti per sospensioni fluide e blocchi.

## IMPATTO DI COLATE FLUIDE

Nonostante lo studio dei fenomeni di innesco, propagazione ed arresto delle colate sia oggetto di numerosi studi, la letteratura geologico-geotecnica non è particolarmente ricca di analisi avanzate dei fenomeni di impatto, in particolare per quanto riguarda le colate costituite da sospensioni diluite, con comportamento fluido.

Si considera, in genere, un valore modificato della pressione idrodinamica esercitata da un fluido in moto permanente (Faella e Nigro 2003, Lo et al. 2000, Van Dine 1996, Hungr et al. 1984), oppure una pressione multipla di quella idrostatica (Armanini 1993, Scotton e Deganutti 1997).

Nell'ambito dell'ingegneria costiera sono invece presenti numerosi risultati sperimentali e analisi teoriche, riguardanti l'impatto di onde marine. Recenti studi (Peregrine 2003, Cooker 2003) mostrano che le ipotesi semplificative prima esposte, adottate in geotecnica per lo studio delle colate fluide, non sembrano accettabili; si evidenzia, infatti, che le pressioni che si destano all'impatto possono essere estremamente elevate; inoltre, la durata delle azioni massime è molto breve: la natura impulsiva del fenomeno si rivela quindi spiccata.



**Fig. 0-2.** Pressione registrata all'impatto di onde sull'Admiralty Breakwater (Obhrai, 2004).

Inoltre, numerosi sono i fattori di tipo geometrico (forma e dimensioni delle onde), fisico (densità, concentrazione di gas e di solidi), evidenziati dai medesimi autori, che possono influenzare l'azione esercitata all'impatto.

Sono stati analizzati studi teorici condotti nell'ipotesi sia di fluido incomprimibile, sia di fluido comprimibile, di seguito sinteticamente descritto.

Durante la fase impulsiva, il campo di velocità 2D non stazionario  $U(x,y,t) = (u, v)$  può essere descritto per mezzo di un potenziale  $\phi(x,y,t)$ , tale che

$$\nabla \phi = U$$

(Korobkin 1998, Cooker 2003).

La variazione di pressione, associata alla variazione del campo di velocità, è:

$$p(x, y, t) = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.22)$$

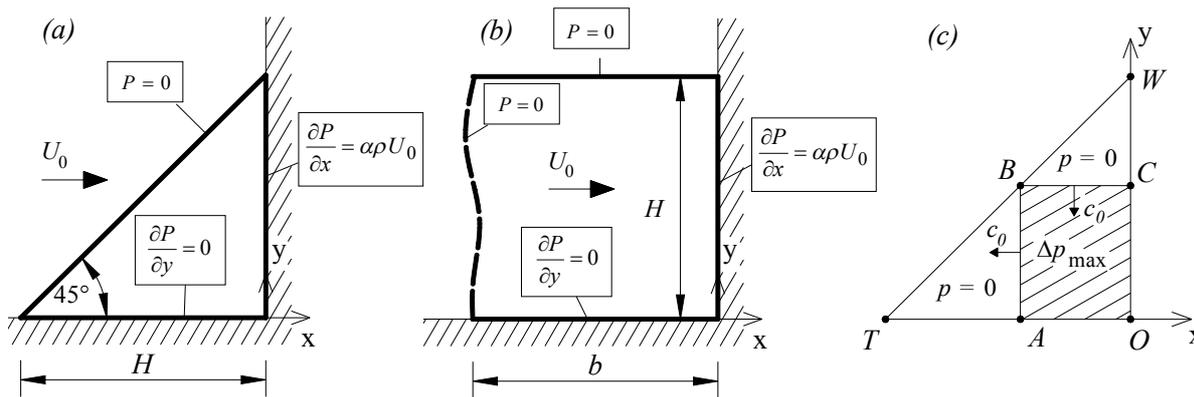
in cui  $\rho_0$  è la densità d'equilibrio del fluido; la densità  $\rho$  gode delle seguenti proprietà:

- è funzione della sola pressione  $p$ ;
- nel corso del fenomeno le variazioni di densità sono minime rispetto al valore all'equilibrio.

Per chiudere il modello si introduce l'equazione di stato:

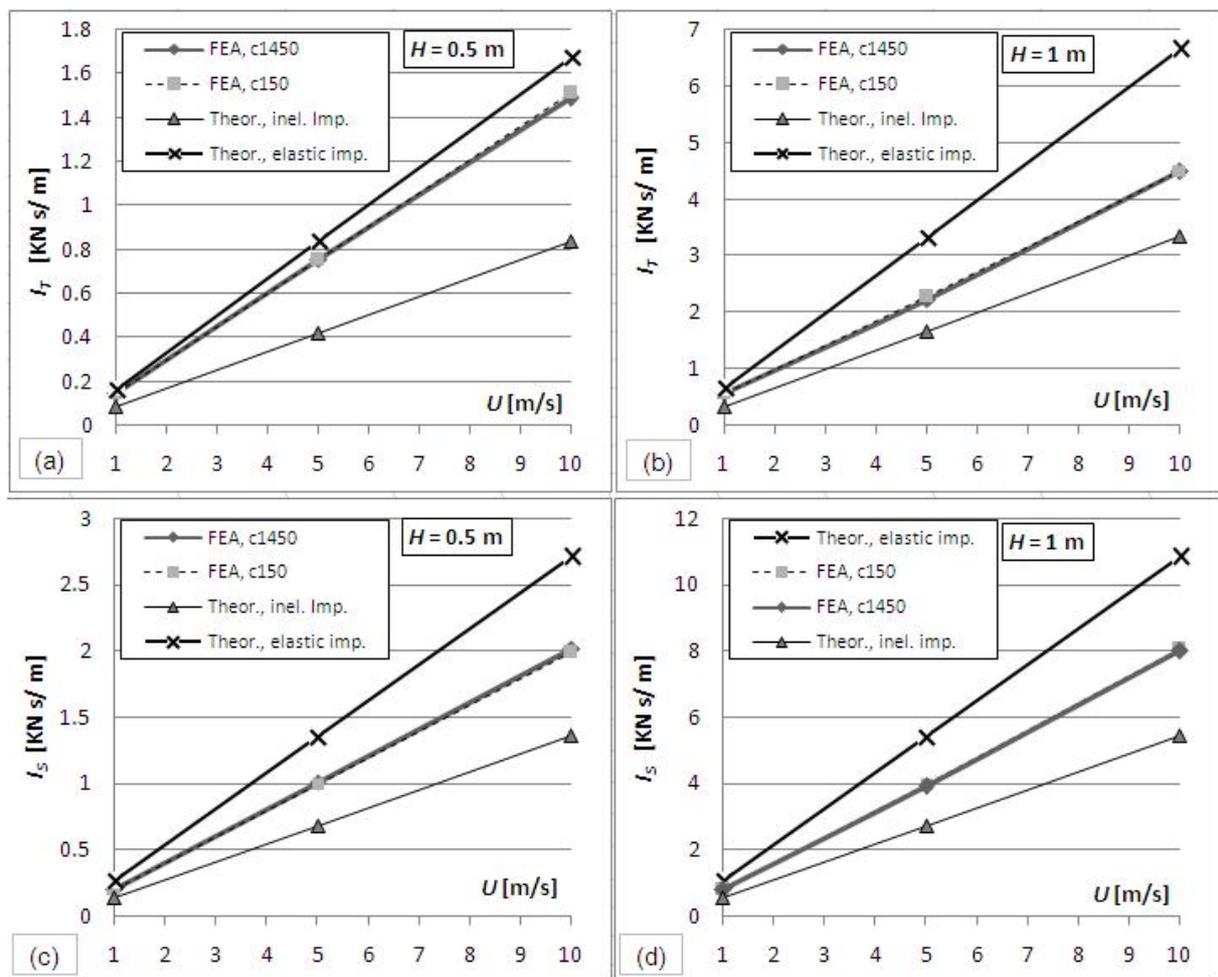
$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2$$

con  $c$  velocità di propagazione delle onde elastiche nel fluido. Di particolare interesse sono i risultati di analisi teoriche riguardanti l'impatto di onde di forma triangolare e rettangolare contro strutture (Fig. 2-9, Cooker, 2003), nelle due ipotesi estreme di impatto elastico ed anelastico.



**Fig. 0-3.** Schema dell'impatto di un'onda (2D) su un muro verticale; (a): schema di un'onda a sezione trasversale triangolare; (b): schema di un'onda a sezione trasversale rettangolare; (c): fluido comprimibile; dinamica dello sviluppo delle sovrappressioni negli istanti successivi all'impatto: il fronte dell'onda di compressione AB si allontana dal muro a velocità  $c_0$ . Il fronte dell'onda di compressione si riflette sulla superficie libera WT, dando origine ad un secondo fronte d'onda, BC. All'interno della regione ABCO la pressione assume un valore uniforme, pari a  $\Delta p = \Delta p_{max} = \rho_0 c_0 U$ .

E' stato quindi impostato un modello numerico FEM (codice Abaqus®), in cui si modella l'impatto di un fluido (caratterizzato dai due parametri principali densità  $\rho$  e velocità delle onde elastiche  $c$ ). In Fig. 4-29 sono riportati i risultati, in termini di impulso, per onda triangolare ( $I_T$ ) e rettangolare ( $I_S$ ). Tali risultati sono inoltre confrontati con i valori teorici forniti dalle formulazioni di Cooker (2003) e Korobkin (1997) per i due casi limite di impatto elastico ed anelastico. Si nota che i risultati delle analisi numeriche condotte si collocano tra i due estremi teorici.



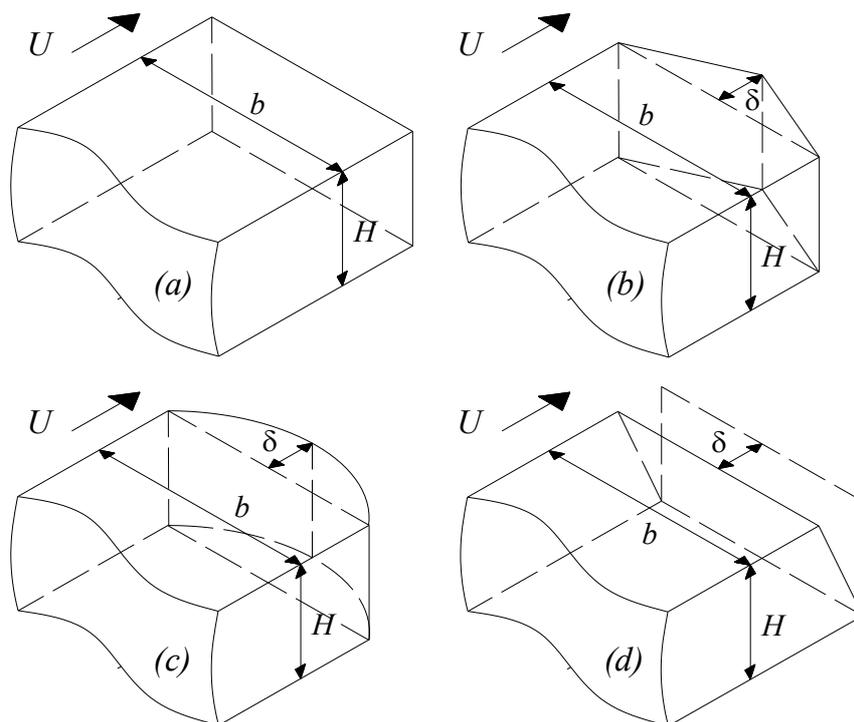
**Fig. 0-4.** Impulsi della forza di impatto valutati per densità  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ; onda triangolare: (a)  $H = 0.5 \text{ m}$ ; (b)  $H = 1 \text{ m}$ ; onda rettangolare: (c)  $H = 0.5 \text{ m}$ ; (d)  $H = 1 \text{ m}$ .

Un ulteriore modello numerico è stato quindi impostato per l'analisi di impatti di corpi fluidi 3D contro strutture, imponendo diverse forme al fronte d'impatto (Fig. 4-30):

- fronte piano verticale (Fig. 4-30a);
- fronte "a cuneo" (Fig. 4-30b);

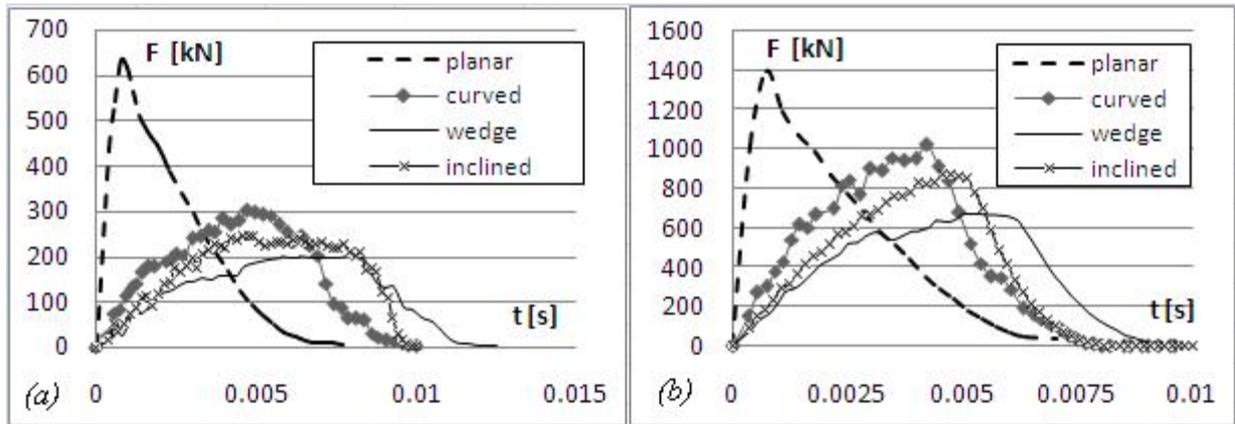
- fronte cilindrico (Fig. 4-30c);
- fronte piano inclinato (Fig. 4-30d).

Si sono inoltre assegnati al fluido due set di valori di velocità delle onde elastiche ( $c = 150 \text{ m/s}$ ,  $1450 \text{ m/s}$ ), due valori di altezza del dominio fluido ( $H = 0.5$ ,  $1.0 \text{ m}$ ), due valori del rapporto tra larghezza del dominio fluido ( $b$ ) e altezza ( $H$ ) ( $b/H = 1$ ,  $3$ ), tre valori della velocità d'impatto ( $U = 1$ ,  $5$ ,  $10 \text{ m/s}$ ) e, in caso di fronte non piano e verticale, due valori del parametro  $\delta$  ( $\delta = 0.05 \text{ m}$ ,  $0.10 \text{ m}$ , Fig. 4-30).



**Fig. 0-5. Impatto di onde 3D; schemi geometrici dei corpi impattanti impostati nel modello agli elementi finite; (a) fronte piano; (b) fronte “a cuneo”; (c) fronte curvo; (d) fronte piano, inclinato.**

Si riporta, a titolo di esempio, il confronto fra le evoluzioni delle forze di impatto per le quattro geometrie, nei due casi di velocità  $U = 5 \text{ m/s}$  e  $10 \text{ m/s}$  (Fig. 4-31).

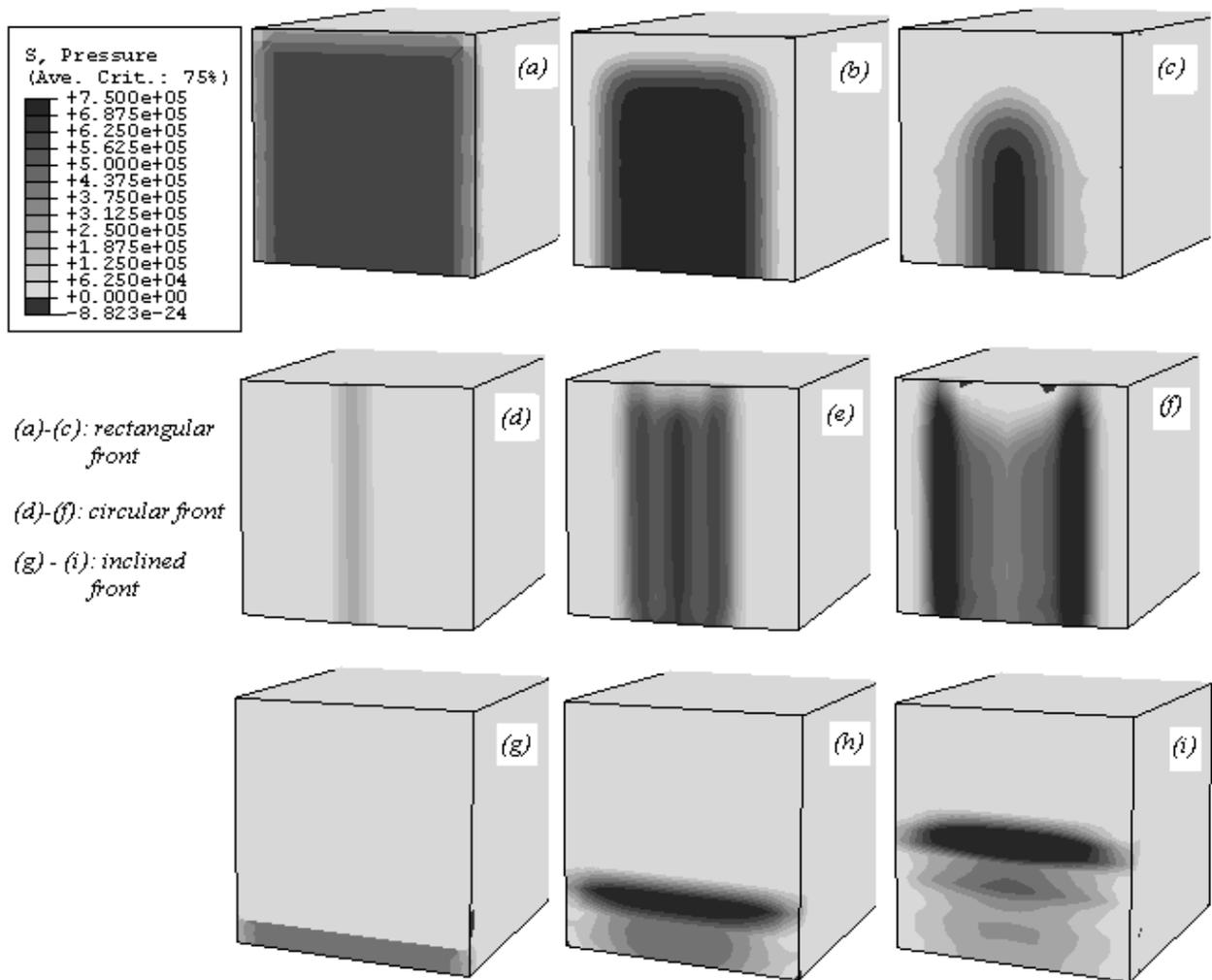


**Fig. 0-6.** Evoluzione nel tempo  $t$  della forza  $F$  ; risultati ottenuti per i valori di  $c_0 = 150$  m/s;  $H = b = 1$  m;  $\delta = 5$  cm; (a):  $U = 5$  m/s; (b):  $U = 10$  m/s.

Si può notare che, nel caso di impatto di fronte piano, la forza di impatto raggiunge il suo massimo valore; contestualmente, la durata del fenomeno è più breve rispetto agli altri casi.

Tuttavia, se la velocità è relativamente modesta, (Fig. 4-31 b vs a) le differenze tra fronte piano verticale e non, diminuiscono.

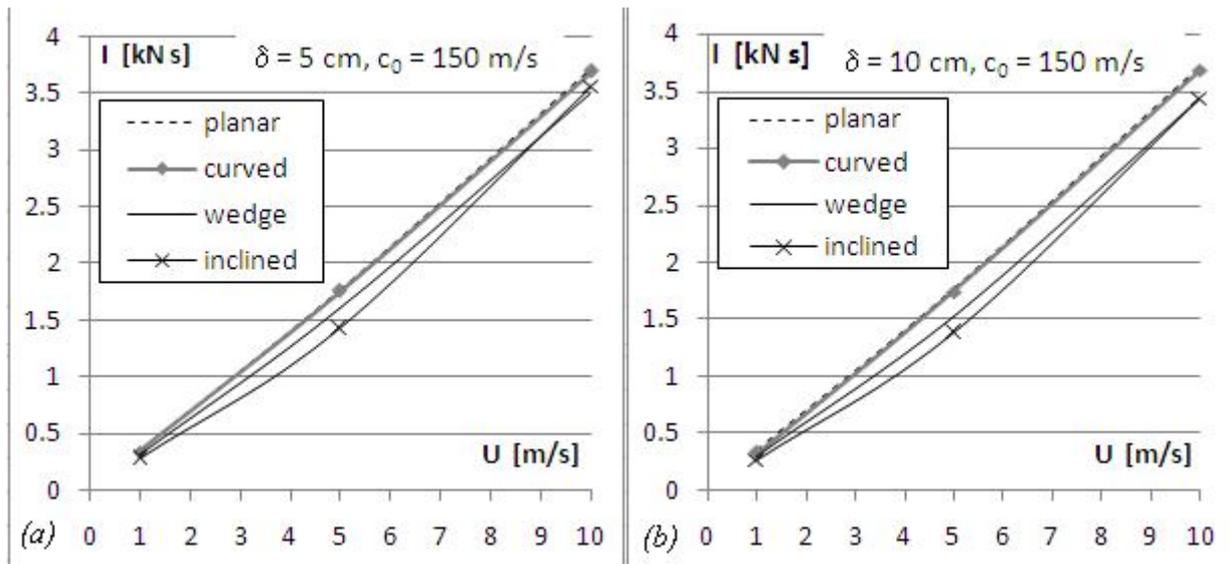
In Fig. 4-32 si mostrano i *contour* dell'evoluzione degli incrementi di pressione all'impatto (ottenuti per  $\rho_0 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $c = 150$  m/s,  $U = 5$  m/s) per le geometrie riportate in Fig. 4-30a, c, d; il meccanismo di sviluppo e successivo rapido decadimento dei valori di pressione è analogo a quanto visto precedentemente.



**Fig. 0-7.** Contours dell'incremento di pressione  $\Delta p$  all'impatto; risultati ottenuti per  $c_0 = 150$  m/s;  $H = b = 1$  m;  $U = 5$  m/s.

La Fig. 4-33 riporta, in sintesi, tutti i valori di impulso  $I$ . Dall'analisi dei risultati riportati nella figura si vede chiaramente che i valori di  $I$  sono del medesimo ordine di grandezza, al variare della forma assegnata al fluido; inoltre, anche per il caso 3D, come nel caso 2D, il valore dell'impulso è indipendente dal valore della compressibilità (Tabella 4-3. Valori calcolati dell'impulso  $I$ ).

I massimi valori dell'impulso sono ottenuti per il caso di *fronte piano*, che quindi costituisce un limite superiore.



**Fig. 0-8. Confronto fra gli impulse  $I$  valutati con analisi numeriche agli elementi finite.**

In virtù dell'invarianza dell'impulso nei confronti della compressibilità del fluido, che, in termini pratici, si riconduce ad una indipendenza da contenuto d'aria e di solidi, parametri difficilmente valutabili in fase di progettazione di strutture di difesa contro colate detritiche, *si forniscono relazioni analitiche, utili per la progettazione:*

$$I = 0.40 \rho_0 U H b^2 \quad \text{per } b/H = 1$$

$$I = 0.22 \rho_0 U H b^2 \quad \text{per } b/H = 3$$

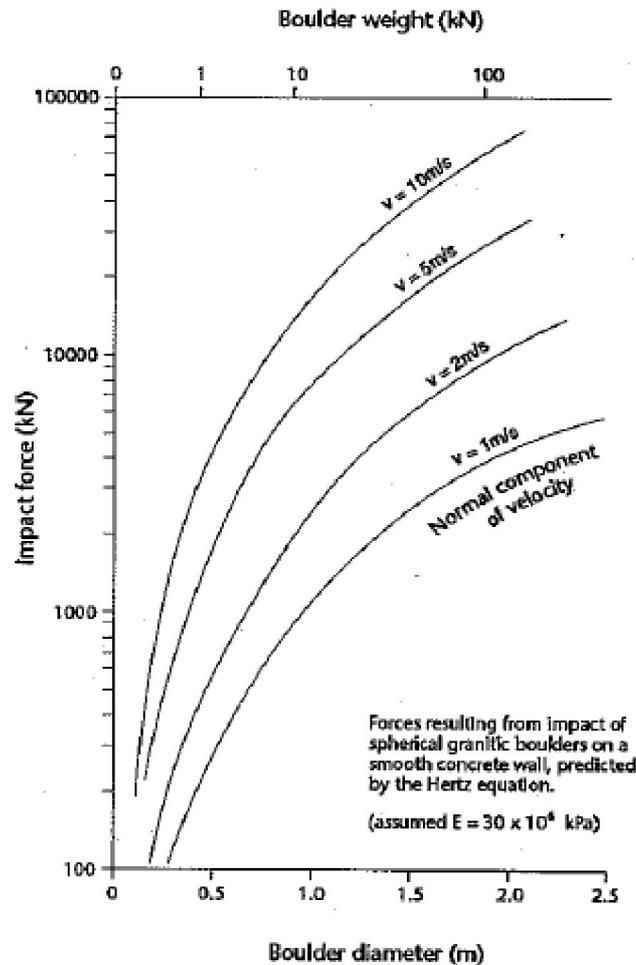
$$I = 0.78 \rho_0 U H^2 \quad \text{per } b/H \rightarrow 0 (b \gg H); I \text{ valutato per unità di larghezza.}$$

in cui  $I$  è l'impulso,  $\rho_0$  la densità del fluido,  $U$  la velocità all'impatto,  $H$  l'altezza della corrente e  $b$  la larghezza.

## IMPATTO DI BLOCCHI

Per quanto riguarda l'impatto di blocchi su una struttura rigida o deformabile, in letteratura tecnica sono disponibili varie formulazioni. Se ne riportano e commentano alcune, di seguito, a titolo di esempio.

Esistono abachi (Van Dine, 1984) basati sulla legge di Hertz (Fig. 6-4).



**Fig. 0-9.** Abaco per la determinazione della forza di impatto, basato sulla legge di Hertz (Van Dine, 1984).

Wu et al. (1993) e ASCE (2005) valutano la spinta  $F$  da un semplice bilancio di quantità di moto:

$$F = v_b m_b / \Delta t$$

in cui  $m_b$  la massa del blocco,  $v_b$  la velocità, all'impatto, del blocco,  $\Delta t$  la durata del fenomeno di impatto. Il valore suggerito per  $\Delta t$  da Wu è 1 s, mentre in ASCE tale valore è considerato non rappresentativo del fenomeno; si propone un intervallo pari a 0.01 – 0.05 s.

Hungr et al. (1984) e Zhang et al. (1996) propongono il “Flexural stiffness method”: per valutare la forza di impatto, oltre alle caratteristiche cinematiche e fisiche del blocco (velocità e massa) si prende in considerazione anche la rigidità della struttura che intercetta il blocco:

$$F = v_b \sin \beta \sqrt{m_b K_B}$$

in cui  $K_B$  è la rigidità flessionale della barriera,  $m_b$  la massa del blocco,  $v_b$  la velocità, all'impatto, del blocco.

Zhang et al (1996) propongono anche il “Wave theory method”:

$$F = \rho_b C_b v_b A_c$$

in cui  $C_b$  è la velocità delle onde di compressione nel masso,  $A_c$  l'area di contatto,  $\rho_b$  la densità del masso.

Huang et al. (2007), dall'analisi di dati sperimentali, ottenuti con un modello a piccola scala (diametro massimo dei grani pari a 31.0 mm) hanno ricavato la formula seguente:

$$F = 30.8 U^{1/2} R^2$$

in cui  $F$  è in ton,  $U$  e  $R$  in m.

Per l'impiego delle formule proposte da Wu e Zhang, tuttavia, è necessaria la conoscenza di alcuni parametri di difficile valutazione, quali la durata dell'impatto e l'area di contatto.

E' stata condotta infine una serie di calcoli parametrici con il codice FEM Abaqus® per valutare l'impulso della forza esercitata, all'impatto, da un blocco di forma sferica, al variare dei parametri significativi:

- dimensioni (raggio  $R$ );
- velocità  $v$ ;
- in caso di comportamento elastico-perfettamente plastico, tensione di snervamento  $\sigma_y$ , per i due valori di riferimento pari a 10000 kPa (denominato e.p.1) e 1000 kPa (denominato e.p.2).

I valori ottenuti sono quindi confrontati con formule da letteratura tecnica:

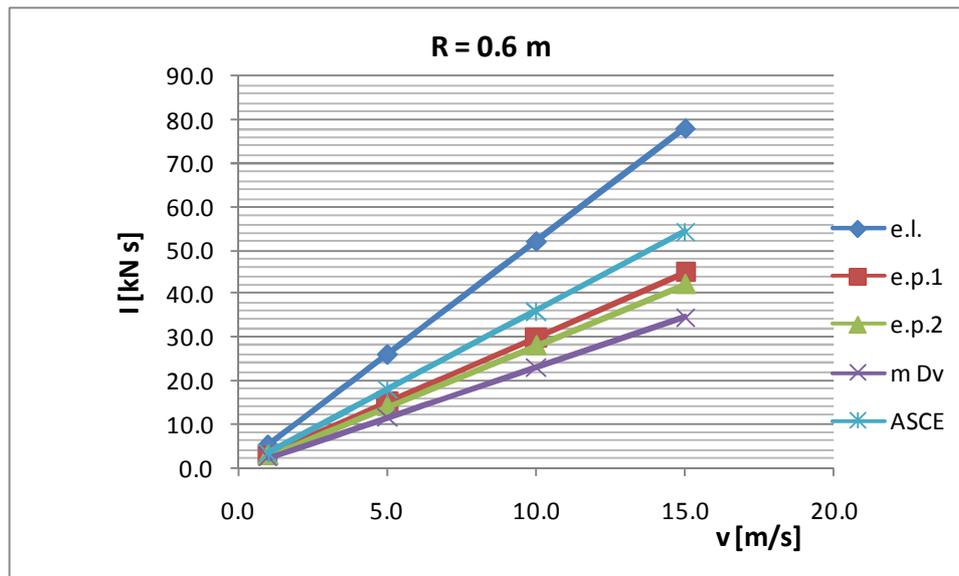
$$I = m \Delta v$$

nell'ipotesi che, a seguito dell'impatto, il blocco si arresti ( $\Delta v = v_0$ ).

$$I = \frac{\pi m v_0}{2}$$

fornita da ASCE.

I risultati sono rappresentati in Fig. 7-11, di cui si riporta uno stralcio di seguito.



**Fig. 0-10. Risultati delle analisi parametriche dell'impulso.**

A parità di dimensioni, si riscontra una dipendenza pressoché lineare dell'impulso dalla velocità di impatto; ciò accade sia nel caso di comportamento elastico lineare (e.l.), che in caso di comportamento elastico-perfettamente plastico, per entrambi i valori della tensione di snervamento considerati (e.p. 1:  $\sigma_y = 10000$  kPa, e.p. 2:  $\sigma_y = 1000$  kPa).

I valori forniti da un'analisi condotta considerando un comportamento elastico lineare del corpo impattante sono, come atteso, estremamente cautelativi.

La formula fornita invece dalla ASCE risulta sicuramente e pare indicata per una cautelativa ma assennata valutazione dell'azione esercitata, all'impatto, da un blocco.

## APPLICAZIONI

I modelli numerici precedentemente descritti sono stati impiegati nello studio di casi applicativi. Per valutare la forza distruttiva dell'impatto di fluidi contro strutture, si è analizzato il collasso di un pilastro colpito da una colata fluida, avvenuto a Sarno (Campania, Italia), nel maggio 1998 (Faella & Nigro, 2003).

Le caratteristiche geometriche e meccaniche dell'elemento strutturale sono: sezione trasversale pari a 30 cm x 30 cm, altezza  $l = 2.7$  m; il flusso è perpendicolare al pilastro.

Nella back analysis proposta dagli Autori, l'azione esercitata dalla colata è stata modellata come una *pressione idrodinamica uniforme (q) agente su tutta l'altezza (l) del pilastro* (nell'ipotesi di flusso di un fluido incompressibile in condizioni stazionarie).

Attraverso un procedimento di analisi limite, considerando un meccanismo di rottura a tre cerniere, gli Autori hanno poi ricavato il valore della velocità critica del flusso ( $U_{cr}$ ), tale da causare il collasso della struttura (Fig. 9-7):

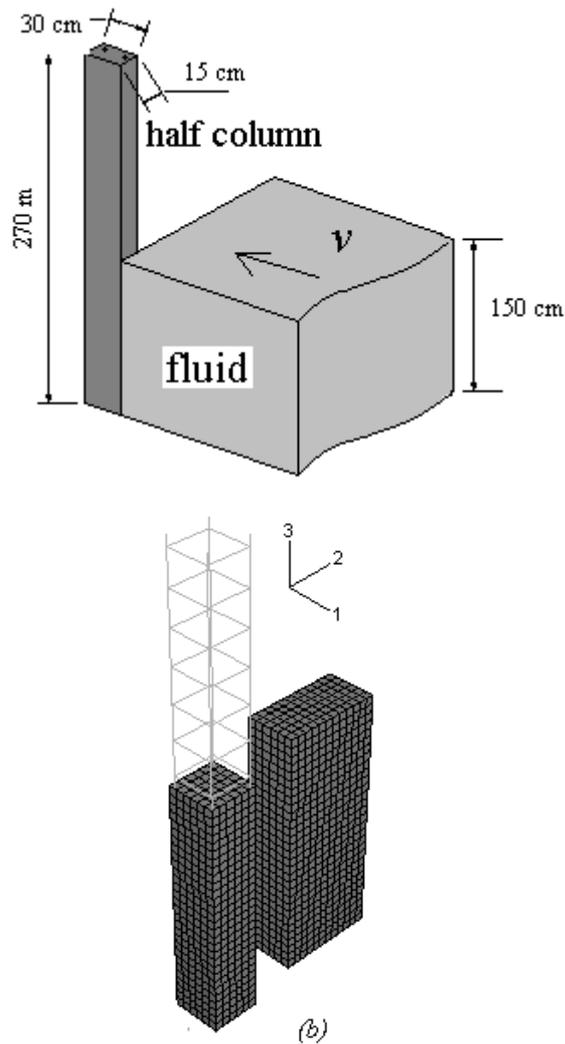
$$q_u = \frac{16M_u}{l^2} = \rho U_{cr}^2 \quad (19)$$

con  $M_u$  momento ultimo della sezione del pilastro (per le seguenti caratteristiche della sollecitazione valutate dagli autori,  $N = N_u = 300$  kN,  $M_u = 57.81$  kNm),  $\rho$  densità del flusso (considerata pari a  $1400$  kg/m<sup>3</sup>). Dalla (19) si ottiene  $U_{cr} = 14.5$  m/s.

Lo studio effettuato in questa sede è stato indirizzato innanzitutto alla determinazione delle velocità ed altezze del flusso, ancora nell'ipotesi di spinta idrodinamica, tali da indurre la rottura del pilastro, sia per flusso perpendicolare al pilastro, sia per flusso perpendicolare alla diagonale del pilastro .

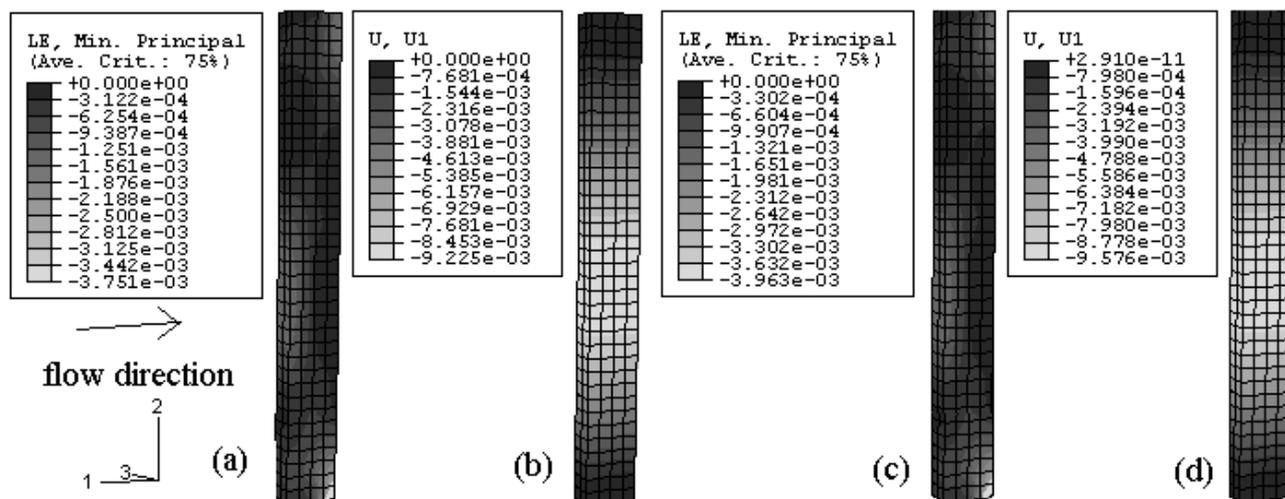
Si osserva infatti che l'ipotesi di altezza del flusso pari a 2.7 m, imposta da Faella e Nigro (2003) appare poco realistica; inoltre, analisi avanzate della propagazione della colata, riportate in Revellino *et alii* (2004), indicano un valore della velocità del flusso, in prossimità dell'edificio colpito dalla colata, pari a 5.8 m/s, cioè quasi un terzo del valore determinato da Faella e Nigro (2003).

Per tenere conto di queste differenze, è stato quindi elaborato un modello FEM di un pilastro in calcestruzzo armato colpito da una colata avente altezza pari a 1.5 m (Fig. 9-7), densità  $\rho = 1400$  kg/m<sup>3</sup>, celerità  $c = 1450$  m/s e 150 m/s, velocità all'impatto  $U = 7.0$  e 14.0 m/s; il valore risultante della rigidità volumetrica del fluido potrebbe costituire una stima, per difetto, del valore corrispondente al comportamento non drenato della massa granulare fluidizzata, che potrebbe manifestarsi nella fase impulsiva dell'impatto. Il comportamento costitutivo assegnato ai materiali costituenti il pilastro (calcestruzzo e acciaio) è il medesimo utilizzato per le analisi proposte da Faella e Nigro (2003). Non si è tenuto conto, nell'analisi dinamica FEM, dell'incremento delle resistenze dei materiali dovuto alla velocità di applicazione del carico.



**Fig. 0-11. Impatto di una colata a comportamento fluido contro una struttura; back-analysis del collasso del pilastro; (a) dominio impostato nell'analisi; (b) schema del dominio di calcolo impostato per le analisi numeriche (FEM).**

I risultati delle analisi mostrano che per una velocità della colata pari a 7.0 m/s, lo spostamento massimo del pilastro (nella direzione parallela al movimento della colata), all'impatto, è pari a 0.96 cm (Fig. 9-9); il calcestruzzo, inoltre, in prossimità delle estremità del pilastro, raggiunge deformazioni di compressione maggiori di 3.5‰ (Fig. 9-9).



**Fig. 0-12. Deformazioni e spostamenti [m] del pilastro a seguito dell'impatto con una corrente fluida; (a), (b): caso 4 ( $c = 150$  m/s,  $U = 7.0$  m/s); (c), (d): caso 2 ( $c = 1450$  m/s,  $U = 7.0$  m/s).**

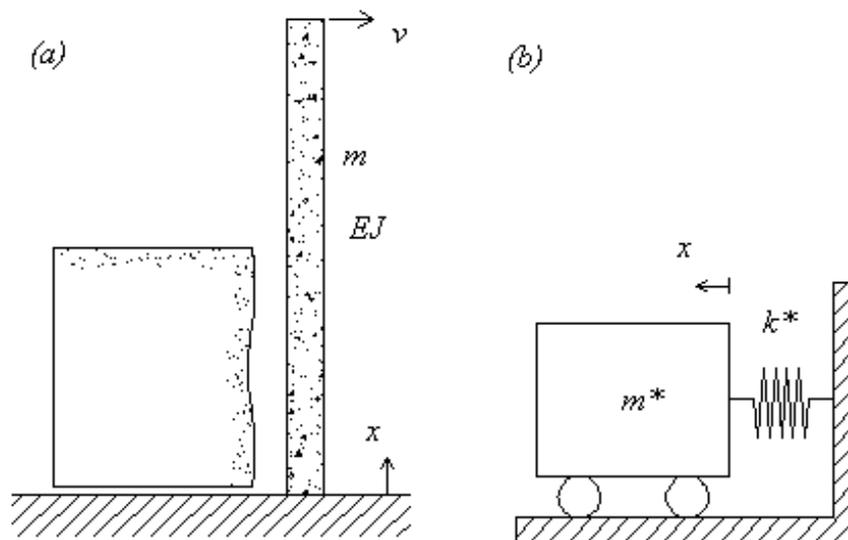
Inoltre, dai risultati mostrati in Fig. 9-9, si nota che la rigidità del fluido, espressa attraverso il parametro  $c$ , a parità di velocità del flusso  $U$ , non influenza notevolmente i risultati.

Quindi, se si imposta un modello numerico che tenga conto della natura impulsiva del fenomeno, le condizioni di collasso del medesimo pilastro si raggiungono per altezze della colata e per valori della velocità più aderenti alle valutazioni degli studiosi del settore (Revellino *et alii*, 2004).

**APPENDICE – STUDIO DELLE SOLLECITAZIONI IN CAMPO DINAMICO DI  
UNA STRUTTURA A MENSOLA INDOTTE DALL’IMPATTO DI UNA COLATA  
FLUIDA**

**PREMESSA**

In prima approssimazione si può considerare che una struttura soggetta ad impatto sia assimilabile ad una struttura ad un grado di libertà (SDOF) ammettendo che la una sola deformazione sia possibile, assumendo che il grado di libertà esprima l’ampiezza dello spostamento.



**Fig 1. Struttura a mensola colpita da una colata fluida; (a) schema geometrico; (b) analogia meccanica.**

Si consideri, ad esempio, la struttura a mensola rappresentata in Fig. 1. Escludendo le dissipazioni, si considerano nell’analisi, come proprietà meccaniche, la sola rigidità flessionale  $EJ(x)$  e la massa per unità di lunghezza  $m(x)$ .

Per approssimare il moto della mensola come un sistema ad un solo grado di libertà, è necessario assumere una deformata, esprimibile attraverso una funzione.

Tale funzione è designata  $\Phi(x)$ , e l’ampiezza del moto, relativamente alla base incastrata, sarà rappresentata dalla funzione  $Y(t)$ ; quindi, si avrà:

$$v(x,t) = \Phi(x) Y(t) \quad (1)$$

Tipicamente, si prenderà come riferimento lo spostamento dell’estremità libera della mensola.

L'equazione del moto del sistema ad un grado di libertà, trascurando lo smorzamento del moto stesso, può essere formulate nel modo seguente (Clough & Penzien):

$$m^* \ddot{Y} + k^* Y = P^* \quad (2)$$

$$m^* = \int_0^L \rho A(x) \Phi(x)^2 dx \quad (3a)$$

$$k^* = \int_0^L EJ(x) \Phi''(x)^2 dx \quad (3b)$$

$$P^* = \int_0^L p(x,t) \Phi(x) dx \quad (3c)$$

$$Y(t) = Y_0 \sin \omega t \quad (4)$$

Si sceglie come funzione di forma quella relativa agli spostamenti associati ad un carico statico uniformemente distribuito sulla mensola:

$$\Phi(x) = \frac{1}{3} \left[ 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + \left( \frac{x}{L} \right)^4 - 4 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right] \quad (5)$$

Si ottiene, quindi, la soluzione semplificata:

$$k^* = 3.20 \frac{EJ}{L^3} \quad (6a)$$

$$m^* = 0.27 \rho AL \quad (6b)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} \quad (6c)$$

In caso di moto impulsivo, quale quello a seguito dell'impatto con una massa in movimento, la costante  $Y_0$  può essere valutata considerando che, a causa dell'impulso  $I$ , la mensola, caratterizzata dalla massa  $m_b$ , acquista una velocità iniziale  $\dot{v}_0$  pari a:

$$\dot{v}_0 = \frac{I}{m_b} \quad (7)$$

Quindi, per  $\Phi = \Phi_{max} = 1$ , si ottiene:

$$Y_0 = \frac{\dot{v}_0}{\omega \cos(\omega 0)} = \frac{\dot{v}_0}{\omega} \quad (8)$$

L'equazione finale del sistema ad un grado di libertà assume la forma:

$$v(x,t) = \Phi(x)Y(t) = \frac{1}{3} \left[ 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + \left( \frac{x}{L} \right)^4 - 4 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right] \frac{\dot{v}_0}{\omega} \sin \omega t \quad (9)$$

E l'espressione finale del momento flettente:

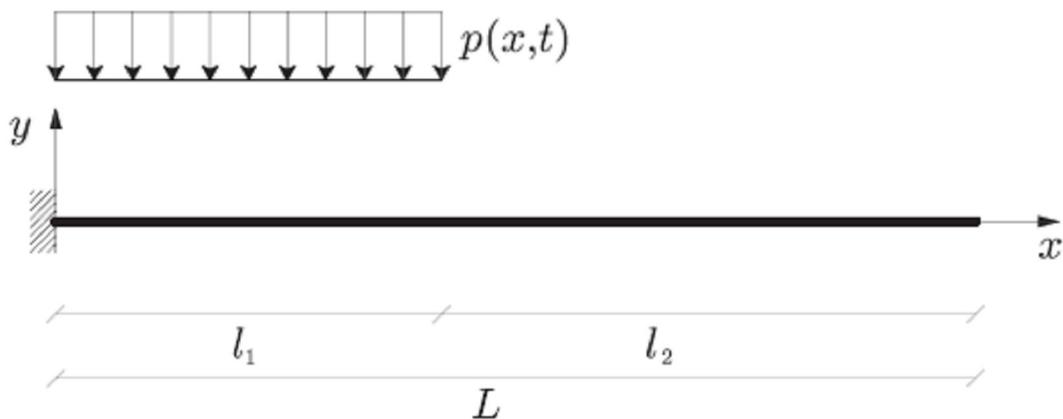
$$M(x, t) = EJ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = EJ \left( \frac{\dot{v}_0}{\omega} \sin \omega t \right) \left( \frac{12}{L^2} + 12 \frac{x^2}{L^4} - 24 \frac{x}{L^3} \right) \quad (10a)$$

$$= EJ \left( \left( \frac{I}{m_b} \right) \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right) \left( \frac{12}{L^2} + 12 \frac{x^2}{L^4} - 24 \frac{x}{L^3} \right) \quad (10b)$$

## SOLUZIONI ANALITICHE

**Trave a mensola.** Si consideri la trave incastrata di Fig. 2, di lunghezza  $L$ , soggetta ad un carico distribuito per una lunghezza  $l_1$ . Il carico applicato sia funzione di  $x$  ( $x \in [0; L]$ ) e del tempo  $t$  ( $t \in \mathbb{R}^+$ ).

Si intendono determinare le soluzioni del problema proposto in campo dinamico, nell'ipotesi di comportamento elastico lineare del materiale che costituisce la trave.



**Fig. 2. Trave a mensola.**

L'equazione del moto nella direzione perpendicolare all'asse  $x$ , che governa il problema, è:

$$\frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + p(x, t) = 0 \quad (11)$$

dove  $M(x; t)$  è il momento flettente,  $m$  la massa e  $v(x; t)$  lo spostamento della trave in direzione perpendicolare all'asse  $x$ .

Introducendo la relazione tra momento  $M$  e curvatura:

$$M(x, t) = -EI \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t} \quad (12)$$

si ottiene:

$$EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} = p(x, t) \quad (13)$$

dove si è indicato con  $E$  il modulo di elasticità di Young e con  $I$  il momento d'inerzia della sezione trasversale rispetto all'asse neutro.

La soluzione dell'equazione (13) fornisce la funzione  $v(x; t)$  cercata.

Il problema in esame, oltre che dalla (13), è definito analiticamente dalle seguenti condizioni al contorno:

$$\begin{aligned} v(0, t) &= 0 \\ \left. \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} &= 0 \\ \left. \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=L} &= 0 \\ \left. \frac{\partial^3 v(x, t)}{\partial x^3} \right|_{x=L} &= 0 \end{aligned} \quad (14a, b, c, d)$$

Le condizioni iniziali sono:

$$\begin{aligned} v(x, 0) &= v_0 \\ \left. \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} &= \dot{v}_0 \end{aligned} \quad (15)$$

Soluzione omogenea associata. L'omogenea associata dell'equazione (11) è

$$EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (16)$$

che può essere scritta:

$$v^{IV}(x, t) + \frac{m}{EI} \ddot{v}(x, t) = 0 \quad (17)$$

Si ricerca una soluzione della forma

$$v(x, t) = \varphi(x)\psi(t)$$

per cui:

$$\varphi^{IV}(x)\psi(t) + \frac{m}{EI}\varphi(x)\ddot{\psi}(t) = 0 \quad (18)$$

da cui:

$$\frac{\varphi^{IV}(x)}{\varphi(x)} + \frac{m}{EI}\frac{\ddot{\psi}(t)}{\psi(t)} = 0 \quad (19)$$

quindi:

$$\frac{\varphi^{IV}(x)}{\varphi(x)} = -\frac{m}{EI}\frac{\ddot{\psi}(t)}{\psi(t)} = a^4 \quad (20)$$

Il soddisfacimento della precedente equazione determina la soluzione delle due equazioni differenziali ordinarie:

$$\begin{aligned} \ddot{\psi}(t) + \omega^2\psi(t) &= 0 \\ \varphi^{IV}(x) - a^4\varphi(x) &= 0 \end{aligned} \quad (21a, b)$$

in cui:

$$\omega^2 = \frac{a^4 EI}{m} \quad (22)$$

La soluzione della prima equazione differenziale è:

$$\psi(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (23)$$

mentre la seconda ha soluzione:

$$\varphi(x) = C_1 \cos ax + C_2 \sin ax + C_3 \cosh ax + C_4 \sinh ax \quad (24)$$

I modi di vibrazione della trave (cioè la funzione  $\varphi(x)$ ) dipendono semplicemente dalle condizioni di vincolo imposte alla trave stessa, e non già dalle condizioni di carico cui è sottoposta; la ricerca della soluzione particolare influirà quindi solo sulla funzione  $\psi(t)$ , per cui si possono imporre le condizioni al contorno.

Dalla (14a) si ottiene:

$$\varphi(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = -C_3 \quad (25)$$

Dalla (14b) si ottiene:

$$\left. \frac{d\varphi(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = -C_4 \quad (26)$$

Dalla (14c) si ha:

$$\left. \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \Rightarrow -C_1 \cos aL - C_2 \sin aL + C_3 \cosh aL + C_4 \sinh aL = 0 \quad (27)$$

Dalla (14d) si ha:

$$\left. \frac{d^3\varphi(x)}{dx^3} \right|_{x=L} = 0 \Rightarrow C_1 \sin aL - C_2 \cos aL + C_3 \sinh aL + C_4 \cosh aL = 0 \quad (28)$$

Il sistema delle (25), (26), (27) e (28) si può ridurre alla soluzione del sistema di due equazioni lineari, algebriche, nelle incognite  $C_3$  e  $C_4$ :

$$C_3 (\cos aL + \cosh aL) + C_4 (\sin aL + \sinh aL) = 0$$

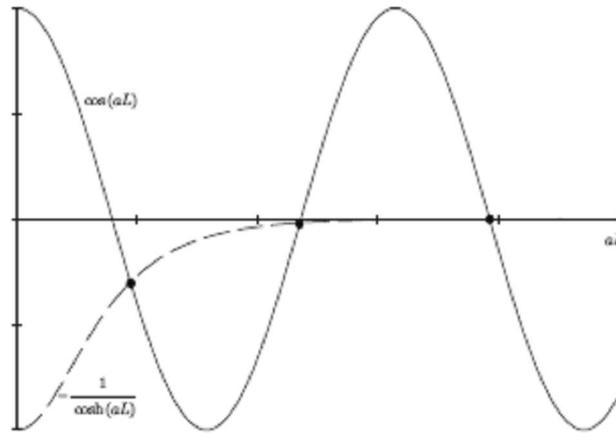
$$C_3 (-\sin aL + \sinh aL) + C_4 (\cos aL + \cosh aL) = 0 \quad (29, b)$$

Affinché l'unica soluzione del sistema non sia quella banale  $C_3 = C_4 = 0$ , si impone che il determinante della matrice dei coefficienti sia nullo:

$$\begin{vmatrix} \cos aL + \cosh aL & \sin aL + \sinh aL \\ -\sin aL + \sinh aL & \cos aL + \cosh aL \end{vmatrix} = \\ = \sinh^2 aL - \sin^2 aL - \cos^2 aL - 2 \cosh aL \cos aL - \cosh^2 aL = 0 \quad (30)$$

La (30) si riduce alla forma:

$$\cos aL = -\frac{1}{\cosh aL} \quad (31)$$



**Fig. 3. Soluzioni dell'equazione (4.17)**

Le soluzioni di questa equazione trascendente (Fig. 3) forniscono i valori di  $aL$  che rappresentano la frequenza di vibrazione della trave incastrata.

Si può assumere che le radici dell'equazione trascendente, oltre la terza, coincidano con i punti ove si annulla la funzione coseno (Fig. 3), e che quindi siano ben approssimate dalla relazione:

$$(aL)_n = \frac{\pi}{2} (2n - 1) \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad (32)$$

e quindi la pulsazione corrispondente sarà

$$\omega_n = (aL)_n^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} = \frac{\pi^2}{4} (2n - 1)^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (33)$$

La costante  $C_4$  può essere espressa in funzione della costante  $C_3$ :

$$C_4 = -\frac{\cos aL + \cosh aL}{\sin aL + \sinh aL} C_3 \quad (34)$$

per cui l'equazione (24) viene riscritta come

$$\varphi_n(x) = C_3 \left[ \cosh a_n x - \cos a_n x - \frac{\cos a_n L + \cosh a_n L}{\sin a_n L + \sinh a_n L} (\sinh a_n x - \sin a_n x) \right] \quad (35)$$

La soluzione dell'equazione differenziale omogenea associata può quindi essere formulata nel modo seguente:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \psi_n(t). \quad (36)$$

Soluzione generale. La soluzione generale può essere posta nella forma:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \Psi_n(t) \quad (37)$$

che, sostituita nella (13), fornisce

$$EI \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n^{IV}(x) \Psi_n(t) + m \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \ddot{\Psi}_n(t) = p(x, t) \quad (38)$$

Si consideri ora il generico modo di vibrazione  $\varphi_i(x)$ ; moltiplicando ambo i membri della precedente relazione per  $\varphi_i(x)$ , ed integrando sulla lunghezza complessiva della trave si ottiene:

$$\begin{aligned} \int_0^L EI \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n^{IV}(x) \Psi_n(t) \varphi_i(x) dx + \int_0^L m \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \ddot{\Psi}_n(t) \varphi_i(x) dx = \\ = \int_0^L p(x, t) \varphi_i(x) dx \end{aligned} \quad (39)$$

Poiché i modi di vibrazione sono tra loro normali, dalla precedente equazione si ricava:

$$\Psi_i(t) \omega_i^2 + \ddot{\Psi}_i(t) = \int_0^L p(x, t) \varphi_i(x) dx \quad (40)$$

Si pone quindi:

$$Q_n(t) := \int_0^L p(x, t) \varphi_n(x) dx \quad (41)$$

che rappresenta la componente lagrangiana di forza. La (40), quindi, per l'arbitrarietà di  $i$ , può essere scritta:

$$\ddot{\Psi}_n(t) + \omega_n^2 \Psi_n(t) = Q_n(t) \quad (42)$$

la cui soluzione è

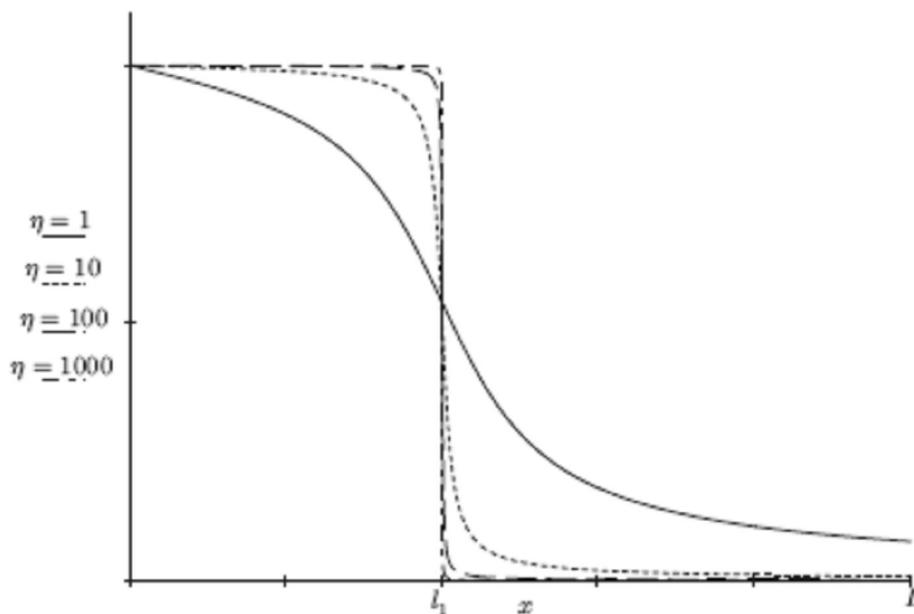
$$\Psi_n(t) = A_n \sin \omega_n t + B_n \cos \omega_n t + \frac{1}{\omega_n} \int_0^t Q_n(\tau) \sin [\omega_n (t - \tau)] d\tau \quad (43)$$

in cui l'ultimo termine a secondo membro è l'integrale di Duhamel.

Assegnazione della funzione  $p(x,t)$ . Il carico distribuito è applicato sulla trave per una lunghezza pari ad  $l_1$  ed è nullo per  $x > l_1$ .

Si consideri il caso

$$p(x,t) = \begin{cases} p_0 \cos \omega_0 t & \text{per } 0 \leq x \leq l_1 \\ 0 & \text{per } l_1 \leq x \leq L \end{cases} \quad (44)$$



**Fig. 4. funzione  $p(x,t)$ , per  $t$  fissato.**

Il carico risulta quindi essere discontinuo in  $x$ ; per semplificare il problema, tuttavia, si assume che la funzione  $p(x; t)$ , discontinua in  $x$ , sia approssimabile con la seguente funzione, continua in  $x \in [0; L]$ :

$$\begin{aligned} \bar{p}(x,t) &= p_1(t)p_2(x) = \\ &= p_0 \cos \omega_0 t \left\{ 1 - \frac{1}{\pi} [\arctan(\eta(x - l_1)) - \arctan(-\eta(x + l_1))] \right\} \end{aligned} \quad (45)$$

In Fig. 4 è rappresentata la funzione  $p(x; t)$  per  $t$  fissato; tale funzione approssima abbastanza bene la funzione reale  $p(x; t)$ , per valori elevati del coefficiente  $\eta$ .

La componente lagrangiana di forza (equazione (41)) viene quindi calcolata facendo uso della (45).

Imposizione delle condizioni iniziali. Si osserva che la soluzione generale differisce da quella dell'omogenea associata a meno dell'integrale di Duhamel; le condizioni iniziali, quindi, possono essere poste alternativamente su  $\Psi_n(t)$  o su  $\psi_n(t)$ , in quanto  $\Psi_n(0) = \psi_n(0)$ .

Si ha dunque:

$$v(x, 0) = v_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \psi_n(0) \quad (46)$$

Moltiplicando per il generico modo di vibrazione ed integrando sulla lunghezza della trave, si ha:

$$\int_0^L v_0 \varphi_i(x) dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L \psi_n(0) \varphi_n(x) \varphi_i(x) dx \quad (47)$$

poiché  $\psi_n(0) = B_n$ , e ricordando che i modi di vibrazione sono tra loro normali, si ottiene:

$$\int_0^L v_0 \varphi_i(x) dx = \int_0^L B_i \varphi_i^2(x) dx \quad (48)$$

da cui, per l'arbitrarietà di  $i$ , si ottiene:

$$B_n = \frac{\int_0^L v_0 \varphi_n(x) dx}{\int_0^L \varphi_n^2(x) dx} \quad (49)$$

Per quanto riguarda la condizione iniziale sulla derivata di  $v(x; t)$ , si ha:

$$\dot{v}(x, 0) = \dot{v}_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\psi}_n(0) \varphi_n(x) \quad (50)$$

Come in precedenza, si procede moltiplicando per un generico modo di vibrazione, integrando sulla lunghezza della trave, e si sfrutta la normalità tra i modi di vibrazione; poiché

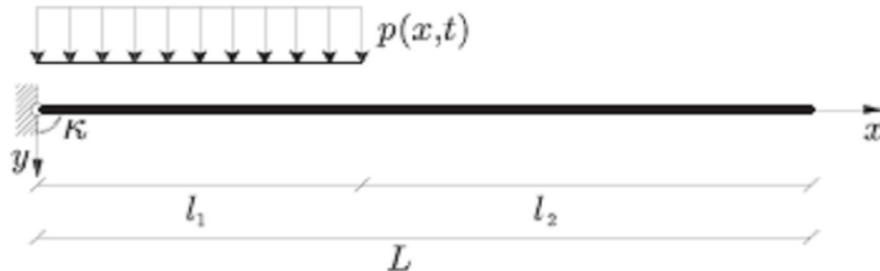
$$\dot{\psi}_n(0) = A_n \omega_n$$

si ottiene:

$$A_n = \frac{1}{\omega_n} \frac{\int_0^L \dot{v}_0 \varphi_n(x) dx}{\int_0^L \varphi_n^2(x) dx} \quad (51)$$

**Trave incernierata ad una estremità con molla rotazionale.** Si consideri la trave riportata nella Fig. 5, con carico distribuito per una lunghezza  $l_1$ , funzione di  $x$  e del tempo  $t$ .

La trave, in questo caso, non è incastrata all'estremità, in  $x = 0$ , oltre al vincolo cerniera, è presente una molla rotazionale, di costante  $k$ .



**Fig. 5. Trave incastrata ad una estremità.**

L'equazione che regge il problema è la medesima del caso di trave incastrata:

$$EI \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = p(x,t) \quad (52)$$

Le condizioni iniziali sono le stesse del problema della trave incastrata. Per quanto riguarda le condizioni al contorno, invece, la (14b) è sostituita dalla seguente:

$$\kappa \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} \quad (53)$$

La soluzione dell'omogenea associata si determina in modo analogo al caso precedente, ottenendo:

$$v(x,t) = \vartheta(x)\psi(t) \quad (54)$$

$$\vartheta(x) = G_1 \cos ax + G_2 \sin ax + G_3 \cosh ax + G_4 \sinh ax \quad (55)$$

Si procede quindi ad imporre le condizioni al contorno:

$$\vartheta(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad G_1 = -G_3 \quad (56)$$

Dalla (54) si ottiene:

$$\kappa \frac{d\vartheta(x)}{dx} \Big|_{x=0} = EI \frac{d^2\vartheta(x)}{dx^2} \Big|_{x=0} \quad \Rightarrow \quad \frac{2\beta}{a} (G_2 + G_4) = G_3 - G_1 \quad (57)$$

in cui

$$2\beta = \kappa/EI$$

Dalla (57) si ha

$$G_3 = \frac{\beta}{a} (G_2 + G_4) \quad (58)$$

e, facendo uso della (56)

$$G_1 = -\frac{\beta}{a} (G_2 + G_4) \quad (59)$$

Dalle rimanenti condizioni al contorno si ricava:

$$-G_1 \cos aL - G_2 \sin aL + G_3 \cosh aL + G_4 \sinh aL = 0 \quad (60a)$$

$$G_1 \sin aL - G_2 \cos aL + G_3 \sinh aL + G_4 \cosh aL = 0 \quad (60b)$$

Utilizzando le (58) e (59) nelle (60), si ottiene:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\beta}{a} \cos aL - \sin aL + \frac{\beta}{a} \cosh aL \right) G_2 + \\ & + \left( \frac{\beta}{a} \cos aL + \frac{\beta}{a} \cosh aL + \sinh aL \right) G_4 = 0 \end{aligned} \quad (61a)$$

$$\begin{aligned} & \left( -\frac{\beta}{a} \sin aL - \cos aL + \frac{\beta}{a} \sinh aL \right) G_2 + \\ & + \left( -\frac{\beta}{a} \sin aL + \frac{\beta}{a} \sinh aL + \cosh aL \right) G_4 = 0 \end{aligned} \quad (61b)$$

Se si desidera che il precedente sistema non abbia, come unica soluzione, quella banale  $G_2 = G_4 = 0$ , si deve imporre che il determinante della matrice dei coefficienti sia nullo:

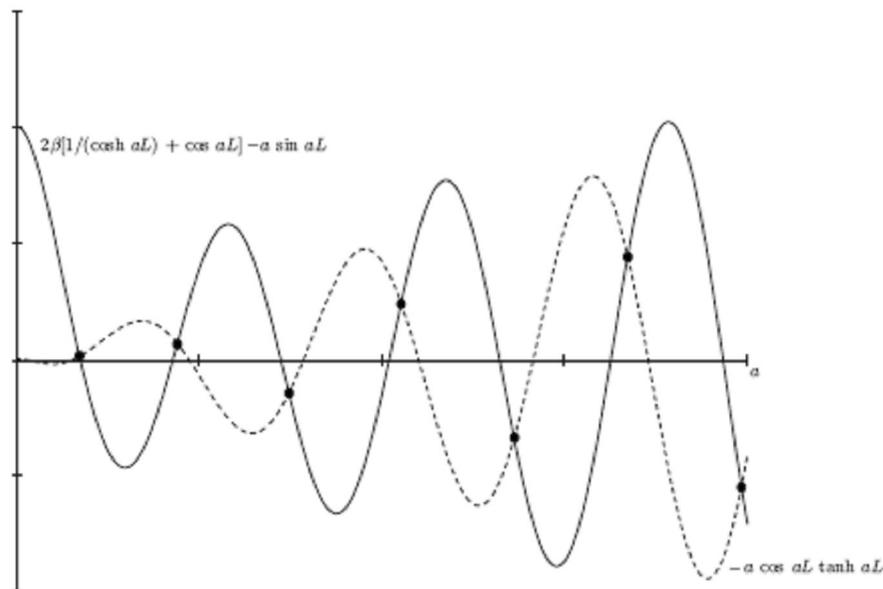
$$\begin{vmatrix} \frac{\beta}{a} \cos aL - \sin aL + \frac{\beta}{a} \cosh aL & \frac{\beta}{a} \cos aL + \frac{\beta}{a} \cosh aL + \sinh aL \\ -\frac{\beta}{a} \sin aL - \cos aL + \frac{\beta}{a} \sinh aL & -\frac{\beta}{a} \sin aL + \frac{\beta}{a} \sinh aL + \cosh aL \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{2\beta + \cosh aL (2\beta \cos aL - a \sin aL) + a \cos aL \sinh aL}{a} = 0 \quad (62)$$

La (62) può essere riscritta come:

$$2\beta \left( \frac{1}{\cosh aL} + \cos aL \right) - a \sin aL = -a \cos aL \tanh aL \quad (63)$$

Le soluzioni dell'equazione trascendente (63), riportati nella seguente figura, forniscono i valori di  $a$  che verificano il rispetto delle condizioni al contorno imposte.



**Fig. 6. Soluzioni della equazione (63).**

Noti i valori  $a_n$  è possibile risalire ai corrispondenti valori di  $\omega_n$ .

La costante  $G_4$  è legata alla  $G_2$  per mezzo della seguente:

$$G_4 = \frac{(\beta/a) \sin aL + \cos aL - (\beta/a) \sin aL}{(\beta/a) \sinh aL + \cosh aL - (\beta/a) \sin aL} G_2 \quad (64)$$

per cui la (55) può essere riscritta come:

$$\vartheta_n(x) = G_2 \left[ \frac{\beta}{a_n} (1 + \xi_n) (\cosh a_n x - \cos a_n x) + \sin a_n x + \xi_n \sinh a_n x \right] \quad (65)$$

nella quale si è posto

$$\xi_n = \frac{(\beta/a_n) \sin a_n L + \cos a_n L - (\beta/a_n) \sin a_n L}{(\beta/a_n) \sinh a_n L + \cosh a_n L - (\beta/a_n) \sin a_n L} \quad (66)$$

La soluzione dell'omogenea associata, è, quindi:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_n(x) \psi_n(t) \quad (67)$$

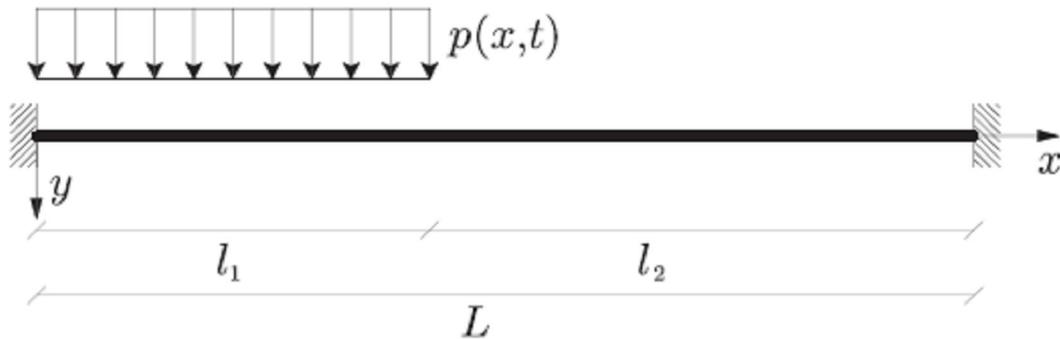
La ricerca della soluzione generale e l'imposizione delle condizioni iniziali è identica al caso di trave incastrata, per cui si ottiene:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_n(x) \Psi_n(t) \quad (68)$$

nella quale le costanti di integrazione si determinano, in questo caso, attraverso le

$$B_n = \frac{\int_0^L v_0(x) \vartheta_n(x) dx}{\int_0^L \vartheta_n^2(x) dx} \quad (69)$$

**Trave incastrata alle due estremità.** Si consideri la trave incastrata, riportata nella Fig. 7. Essa è soggetta ad un carico distribuito, per la lunghezza  $l_1$ , funzione di  $x$  e del tempo.



**Fig. 7. Trave incastrata alle due estremità.**

Le condizioni iniziali sono di nuovo espresse, in generale, dalle (15).

Le condizioni al contorno, per  $x = 0$  sono espresse dalle (14) e per  $x = L$ , valgono, in questo caso:

$$v(L, t) = 0$$

$$\left. \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (70a, b)$$

L'equazione differenziale che governa il problema è la medesima dei casi precedenti. La soluzione dell'omogenea associata si determina analogamente ai casi precedenti. Si ottiene, quindi:

$$v(x, t) = \zeta(x)\psi(t) \quad (71)$$

in cui:

$$\zeta(x) = H_1 \cos ax + H_2 \sin ax + H_3 \cosh ax + H_4 \sinh ax \quad (72)$$

Dalla condizione al contorno (14a) si ottiene:

$$H_1 = -H_3 \quad (73)$$

mentre dalla (14b):

$$H_2 = -H_4 \quad (74)$$

La condizione (70a) impone:

$$H_1 \cos aL + H_2 \sin aL + H_3 \cosh aL + H_4 \sinh aL = 0 \quad (75)$$

che, grazie alle (73) e (74) diviene:

$$(\cos aL - \cosh aL) H_1 + (\sin aL - \sinh aL) H_2 = 0 \quad (76)$$

La condizione (70b) impone che:

$$a(-H_1 \sin aL + H_2 \cos aL + H_3 \sinh aL + H_4 \cosh aL) = 0 \quad (77)$$

Poiché, in generale,  $a \neq 0$ , facendo uso delle (73) e (74) si ottiene:

$$(-\sin aL - \sinh aL) H_1 + (\cos aL - \cosh aL) H_2 = 0 \quad (78)$$

Affinché il sistema costituito dalle (76) e (78) non abbia la soluzione banale  $H_1 = H_2 = 0$ , si deve imporre pari a zero il determinante della matrice dei coefficienti:

$$\begin{vmatrix} \cos aL - \cosh aL & \sin aL - \sinh aL \\ -\sin aL - \sinh aL & \cos aL - \cosh aL \end{vmatrix} = \\ = 1 - \cos aL \cosh aL = 0 \quad (79)$$

che può essere riscritta:

$$\cos aL = \frac{1}{\cosh aL} \quad (80)$$

Determinati i valori di  $a_n$ , soluzioni dell'equazione trascendente (80), che consentono il rispetto delle condizioni al contorno imposte, è possibile determinare le pulsazioni  $\omega_n$ .

La costante  $H_2$  può essere messa in relazione con la  $H_1$  tramite la (76):

$$H_2 = -\frac{\cos aL - \cosh aL}{\sin aL - \sinh aL} H_1 \quad (81)$$

per cui la (72) diviene:

$$\zeta_n(x) = H_1 [\cos a_n x - \cosh a_n x + \chi_n (\sin a_n x - \sinh a_n x)] \quad (82)$$

dove si è posto

$$\chi_n = -\frac{\cos a_n L - \cosh a_n L}{\sin a_n L - \sinh a_n L} \quad (83)$$

La soluzione dell'omogenea associata, è, quindi:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_n(x) \psi_n(t) \quad (84)$$

La ricerca della soluzione generale e la ricerca delle condizioni iniziali è identica ai casi precedenti; si ottiene:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_n(x) \Psi_n(t) \quad (85)$$

in cui le costanti di integrazione si trovano stavolta dalle relazioni:

$$B_n = \frac{\int_0^L v_0(x) \zeta_n(x) dx}{\int_0^L \zeta_n^2(x) dx} \quad (86)$$

$$A_n = \frac{1}{\omega_n} \frac{\int_0^L \dot{v}_0(x) \zeta_n(x) dx}{\int_0^L \zeta_n^2(x) dx} \quad (87)$$

## **RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI**

Abaqus, User's manual, version 6.3. *Hibbit, Karlsson and Sorensen Inc.*, 2002.

Antoci C., Gallati M. & Sibilla S. (2005) - *Simulazione numerica dell'interazione fluido-struttura con la tecnica lagrangiana SPH*. Atti XVII Congresso AIMETA, Firenze: 240-245.

Armanini A., On the dynamic impact of debris flows. Armanini A. & Michiue M. (Eds.) - *Recent Developments on Debris Flow*, Springer: 208-226, 1997.

Armanini A., On the dynamic impact of debris flows, *Proc. of the IAHR International Workshop on debris Flow*, Kagoshima, Japan, pp. 89-99, 1993.

Armanini A., Michiue M. (Eds.), *Recent developments on debris flows*, Springer, 1997.

Armanini A. & Scotton P., On the dynamic impact of a debris flow on structures. *Proc. XXV IAHR Congress*, Tokyo, 1993.

ASCE/SEI, *Minimum design loads for buildings and other structures*, 2006.

Bagnold RA. Experiments on a gravity free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear. *Proceedings of the Royal Society of London, Serial A*; 225:49-63, 1954.

Bambill D.V., Escanes S.J., Rossit C.A., Forced vibrations of a clamped-free beam with a mass at the free end with an external periodic disturbance acting on the mass with applications in ships' structures, *Ocean Engineering*, 30, pp 1065-1077, 2003.

Batchelor G.K., *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 1967.

Bathe K.J., *Finite Element Procedures*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1995.

Benson D.J., *Momentum advection on a staggered mesh*. J. of Comput. Phys., 100:143-162, 1992.

Bonavina M., Bozzano F., Martino S., Pellegrino A., Prestininzi A. & Scandurra R., Le colate di fango e detrito lungo il versante costiero tra Bagnara Calabria e Scilla (Reggio Calabria): valutazioni di suscettibilità. *Giornale di Geologia Applicata*, 2: 65-74, 2005.

Bredmose H., Peregrine D.H., Porter A., Bullock G.N., Wave impact and aerated water. In: Clément AH, Ferrant P, editors. *Proceedings of 18th international workshop on water waves and floating bodies. Ecole central de Nantes*; 2003. <<http://www.ec-nantes.fr/18WWWFB/index.htm>>.

Buchholtz V., Pöschel T., Interaction of a granular stream with an obstacle, *Granular matter*, 1, pp. 34-41, 1998.

Bullock G., Crawford A.R., Hewson P.J., Walkden M.J., Bird P.A.D., The influence of air and scale on wave impact pressures. *Coast Eng*;42:291–312, 2001.

Bullock G., Obhrai C., Muller G., Wolters G., Peregrine D.H., Bredmose H., Characteristics and design implications of breaking wave impacts. In: McKee Smith J, editor. *Proceedings of 29th international conference on coastal engineering. Lisbon: ASCE. USA: World Scientific Publishing Co.*; 2004.

Cadoni, E., Labibes, K., Alberini, C., Berra, M., Giangrasso, M., Strain rate effect on the tensile behaviour of concrete at different relative humidity levels. *Materials and Structures*, 34: 21 – 26, 2001.

Campbell J., Vignjevic R. & Libersky L., A contact algorithm for smoothed particle hydrodynamics. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 184: 49-65, 2000.

Cascini L., Sorbino G., The contribution of soil suction measurements to the analysis of flowslide triggering. In: Picarelli L, editor. *Proceedings of international workshop on occurrence and mechanisms of flow-like landslides in natural slopes and earthfills, Sorrento. Bologna, Italy: Patron*; 2003. p. 77–86.

Chan E.S., Mechanics of deep-water plunging-wave impacts on vertical structures. *Coast Eng*; 22:115–33, 1994.

Chanson H., Air bubble entrainment in free-surface turbulent flows. *Report CH46-95, University of Queensland*, 1995.

Chanson H., Analytical solution of dam break wave with flow resistance. Application to tsunami surges. In: *Proc. of the 21st IAHR Congress, Seoul, Korea*, 2005.

Chikatamarla, R., Laue, J., Springman, S.M., Rockfall impact on protection galleries, *SEMC*

2004. Cape Town, South Africa, 5-7 July 2004, 2004.

Chow, V. T., Open Channel Hydraulics. *McGraw Hill: New York*, 1959.

Cho B.H., Lee H.W., Oh J.S., Estimation technique of air content in automatic transmission fluid by measuring effective bulk modulus. *Int J Automotive Tech*;3:57–61, 2002.

Clough R.W., Penzien J., Dynamics of structures. *Computers & Structures, Berkeley*, 2003.

Cooker, M.J., Liquid impact, kinetic energy loss and compressibility: Lagrangian, Eulerian and acoustic viewpoints. *J. of Engng. Mathematics*, 44, pp. 259 – 276, 2002.

Cooker M.J., Peregrine D.H., Wave impact pressure and its effect upon bodies lying on the sea bed. *Coast Eng* 1992;18:205–29, 1992.

Cooker M.J., Peregrine D.H., Pressure impulse theory for liquid impact problems. *J Fluid Mech* 297:193–214, 1995.

Cooker M.J., Vanden-Broeck J.M., Computations for a nonlinear theory of fluid pressure impulse. *Q J Mech Appl Math*;54:585–98, 2001.

Corte C., Grilli S.T., Numerical modeling of extreme wave slamming on cylindrical offshore support structures. In: Chung JS, Won Hong S, Marshall PW, Komai T, Koterayama W, editors. *Proceedings of sixteenth (2006) international offshore and polar engineering conference, San Francisco, CA, USA*. California, USA: ISOPE; 28 May–2 June 2006. p. 394–401, 2006.

Coussot P., Mudflow rheology and dynamics. *Balkema, Rotterdam*, 1997.

Cross, R.H., Tsunami surge forces. *J. of the Waterways and harbors Div., ASCE*, 93, pp. 201 – 231, 1967 (citato in Ghilardi et al. 2006).

Daido, A., Impact force of mud debris flows on structures, *Proc. of the IAHR International Workshop on debris Flow*, Kagoshima, Japan, pp. 211-218, 1993.

Do R., Kang Z., Chen X. & Zhu P., A comprehensive investigation and control planning for debris flow in the Xiaojiang river basin of Yunnan Province. *Science Press, Chongqing, China*. (in Chinese, citato in Lo *et alii*, 2000), 1987.

Du, R., Kang, Z., Chen, X., Zhu P., A comprehensive investigation and control planning for debris flow in the Xiaojiang river basin of Yunnan Province. *Chongqing, China, Science Press*, 287 pp. (in Chinese), 1987 (citato in Lo et al. 2000).

Duncan J.M., Chang C.Y., Nonlinear analysis of stress and strain in soils, *J. Soil Mech. Found. Div.*, ASCE, 96 (SM5), pp. 1629- 1653, 1970.

Espa P., Gallati M. & Sibilla S., Free surface perturbation introduced by a vertical 2D liquid jet introduced from the bottom of a rectangular tank: numerical study by SPH method. *Proc. XXX IAHR Congress, Thessaloniki, 2002*, D 567-574, 2002.

Faella C. & Nigro E., a, A hypothesis of technical code on the structural design and repairing in urban areas with high debris flow risk. *Fast slope movements prediction and prevention for risk mitigation Vol.1*, Luciano Picarelli Editor, Pàtron editore, Bologna, 2003.

Faella C. & Nigro E., b, Dynamic impact of the debris flows on the constructions during the hydrogeological disaster in Campania-1998: description and analysis of the damages. *Fast slope movements prediction and prevention for risk mitigation Vol.1*, Luciano Picarelli Editor, Pàtron editore, Bologna, 2003.

Faella C. & Nigro E., c, Dynamic impact of the debris flows on the constructions during the hydrogeological disaster in Campania-1998: failure mechanical models and evaluation of the impact velocity. *Fast slope movements prediction and prevention for risk mitigation Vol.1*, Luciano Picarelli Editor, Pàtron editore, Bologna, 2003.

Federico F., Musso A., Amoruso A., Theoretical analyses of the impact force by debris flows on structures, in *International Workshop "Living with landslides: effects on structures and urban settlements. Strategies for risk reduction"*, Anacapri, Novembre 2003.

Federico, F., Musso, A., Amoruso, A., Analisi dell'impatto di colate detritiche ad alta velocità su strutture di contenimento. *Workshop "Modelli matematici per la simulazione di catastrofi idrogeologiche"*, Rende (CS) - 30 – 31 marzo 2004.

Federico F., Amoruso A., Dynamic impact of fluid-like debris flows on structures. *ISEC-03, Third International Structural Engineering and Construction Conference*, Shunan, Japan, 2005.

Federico, F., Musso, A., Amoruso, A., Dynamic interaction of debris flows on retaining structures. *Powders and Grains. Stuttgart, Germany, 18 – 22 July 2005*, 2005.

Federico, F., Musso, A., Amoruso, A., Impact of a fluid-like debris flows on reinforced concrete pillars. Numerical simulations and back-analyses of a failure case. *ICF – XI - Post Symposium on “Damage and Repair of Historical and Monumental Building”*, Venice, March 29th, 2005.

Federico, F., Amoruso, A., Impact of avalanche boulders on structures. *SEMC 2007, The Third International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, Cape Town South Africa, 10 – 12 September 2007*, 2007.

Federico F., Amoruso A., Simulation of mechanical effects due to the impact of fluid-like debris flows on structures. *Italian Journal of Engineering Geology and Environment*, 1, pp. 5 – 24, 2008.

Federico F., Amoruso A., Impact between fluids and solids. Comparison between analytical and FEA results. *International Journal of Impact Engineering*, 36, pp. 154 – 164, 2009.

Field J.E., Liquid impact and cavitation erosion processes, *Tribology in particulate technology*, edited by Briscoe B.J. and Adams M.J., pp 416-438, 1990.

Frémond, M, Gormaz, R., San Martin, J.A., Collision of a solid with an incompressible fluid. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 16, pp. 405 – 420, 2003.

Fukui Y., Nakamura M., Shiraishi H., Sasaki Y., Hydraulic study on tsunamis. *Coast Eng Jpn, Jpn Soc Civil Eng*, Tokyo;6:67–82, 1963.

Gallati M. & Braschi G., Numerical description of rapidly varied flows via SPH method. *Proc. IASTED International Conference, Iraklion: 530-535*, 2002.

Gallati M., Braschi G. & Falapi S., SPH simulations of the waves produced by a falling mass into a reservoir. *Il Nuovo Cimento*, 28: 129-136, 2005.

Ghilardi, P., Pagliardi, M., Zanuttigh B., Analisi sperimentale del processo di impatto di miscele granulari sature contro pareti verticali. *XXX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, IDRA 2006*, 2006.

- Gingold R.A & Monaghan J.J., Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to nonspherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 181: 375-389, 1977.
- Heumader J., Technical debris-flow countermeasures in Austria - A review. *Debris flow Hazard Mitigation: Mechanics, Prediction and Assessment*. Wieczorek & Naeser (eds), Balkema, Rotterdam, 2000.
- Hungr, O., Morgan, G.C., Kellerhals, R., Quantitative analysis of debris torrent hazards for design of remedial measures. *Canadian Geotech. J.*, 21, 1984.
- Hungr O., A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches. *Can. Geotech. J.*, 32. pp. 610-623, 1995.
- Hungr O., Analysis of debris flows surges using the theory of uniformly progressive flow. *Earth Surf. Process. Landforms*, 25: 483-495, 2000.
- Hungr O., Flow slides and flows in granular soils. In: Picarelli L. (Ed.) - *Proc. Int. Workshop on Occurrence and mechanisms of flow-like landslides in natural slopes and earthfills. Sorrento*, May 2003: 37-44, 2003.
- Hutter K., Order and disorder in granular materials - experiment and theory. *Darmstadt University of Technology*, 1998.
- Iverson R.M., The Physics of debris flows. *Review of Geophysics*, 35, 3: 245-296, 1997.
- Johnson, W., Impact strength of materials. *Edward Arnold*, London, 1983.
- Johnson K.L., Contact Mechanics. *Cambridge University Press*, 1985.
- Jumikis A.R., Rock Mechanics. *Trans Tech Publications*, 2nd edition, 1984.
- Kirkgöz, M.S., Breaking wave impact on vertical and sloping coastal structures. *Ocean Engng.*, 22, pp. 35 – 48, 1995.
- Korobkin, A., Elastic response of a catamaran wetdeck to liquid impact. *Ocean Engng.*, 25, pp. 687 – 714, 1998.
- Korobkin A., Global characteristics of jet impact. *J. Fluid Mech.*, 307: 63-84, 1996.

Lesser, M., Thirty years of liquid impact research: a tutorial review. *Wear*, 186, pp.28 – 34, 1995.

Lichtenan C., Die Berechnung von Sperren in Beton und Eisenbeton, Kolloquium on Torrent Dams ODC 384.3. *Mitteilungen der Forstlichen Bundes- Versuchsanstalt, Wien*, Heft: 91-127, 1973.

Liu, K.F., Lee, F.C, Tsai, H.P., The Flow Field and Impact Force on a Debris Dam. *Debris-Flow Hazards Mitigation*, ASCE, New York, pp. 737 –746, 1997.

Liu G.R. & Liu M.B., Smoothed Particle Hydrodynamics - A meshfree particle method. *World Scientific*., 2003.

Lo, D.O.K., Ho, K.K.S., Pun, W.K., Pang, R.P.L., Design of barriers for natural terrain landslides. *GeoEng 2000, Melbourne, Australia*, Conference proceedings, 2000.

Lugni, C., Brocchini, M., Faltinsen, O.M., Wave impact loads: the role of flip-through. *Physics of fluids*, 18, 2006.

Malvar L.J., Crawford J.E., Dynamic increase factors for concrete. *28<sup>th</sup> DDESB Seminar, Orlando, FL*, 1998.

Miao T., Liu Z., Niu Y., Ma C. A sliding block model for the runout prediction of high-speed landslides, *Can. Geotech. J.*, 38, pp. 217-226, 2001.

Mizuyama T., Oda A., Nishikawa S., Morita A., Kasai S., Structures for controlling debris-flows in torrents where debris- flow does not occur frequently, in *Debris-flow Hazards Mitigation: Mechanics, Prediction and Assessment*, Wieczorek and Naeser eds., Balkema., pp. 579 –582, 2000.

Monaghan J.J., Smoothed particle hydrodynamics. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 30: 543-574, 1992.

Monaghan J.J., Smoothed particle hydrodynamics. *Rep. Prog. Phys.*, 68: 1703-1759, 2005.

Musso A., Federico F. & Troiano G., A mechanism of pore pressure accumulation in rapidly sliding submerged porous blocks. *Computers and Geotechnics*, 31, 3: 209-226, 2004.

Musso A. & Olivares L., Flowslides in pyroclastic soils: transition from "static liquefaction" to "fluidization". Invited paper. *Picarelli L. (Ed.) - Proc. Int. Workshop on Occurrence and mechanisms of flow-like landslides in natural slopes and earthfills*. Sorrento, May 2003: 117-128, 2003.

Naef D., Rickenmann D., Rutschmann P. & McCardell B.W., Comparison of flow resistance relations for debris flows using a one-dimensional finite element simulation model. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 6: 155-165, 2006.

Obhrai, C., Bullock, G., Wolters G., Müller, G., Peregrine, D.H., Bredmose, H., Violent wave impacts on vertical and inclined walls: large scale model tests. *Proc. of 29<sup>th</sup> Int. Conf. Coastal Eng., ASCE*, Lisbon, 2004.

Peregrine, D.H., Water-wave impact on walls. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 35, pp. 23 – 43, 2003.

Peregrine, D.H., Bredmose, H., Bullock, G., Obhrai, C., Müller, G., Wolters G., Violent water wave impact on a wall. *Proc. of 29<sup>th</sup> Int. Conf. Coastal Eng., ASCE*, Lisbon, 2004.

Pierson, T. C., Effects of slurry composition on debris flow dynamics, Rudd Canyon, Utah. In *Delineation of Landslide, Flash Flood and Debris Flow Hazards in Utah*, Bowles DS (ed.). *Utah State University*; 132-151, 1985.

Revellino, P., Hungr O., Guadagno, F.M., Evans S.G., Velocity and runout simulation of destructive debris flows and debris avalanches in pyroclastic deposits, Campania region, Italy. *Environmental Geology*, 45, pp. 295-311, 2004.

Scotton P. & Deganutti A.M., Phreatic line and dynamic impact in laboratory debris flow experiments. *Debris flow Hazard Mitigation: Mechanics, Prediction and Assessment*. Wieczorek & Naeser (eds), Balkema, Rotterdam, 2000.

Oger G., Doring M., Alessandrini B. & Ferrant P., Two-dimensional SPH simulations of wedge water entries. *Journal of Computational Physics*, 213: 803-822, 2006.

Olivares L. & Picarelli L., Shallow flowslides triggered by intense rainfalls on natural slopes covered by loose unsaturated pyroclastic soils. *Géotechnique*, 53, 2: 283-288, 2003.

Paz M., Structural dynamics: theory and computation, *Van Nostrand Reinhold Company*, 1980.

- Peregrine D.H., Water-wave impact on walls. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 35: 23-43, 2003.
- Peregrine D.H., Bullock G., Obhrai C., Muller G. & Wolters G., *Violent water wave impact on a wall. Proc. of 29th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, Lisbon, 2004.*
- Pierson T. C. & Costa J. E. , A rheologic classification of subaerial sediment-water flow. *Geol. Soc. Am., Rev. Eng. Geol.*, 7: 112, 1987.
- Prestininzi A. & Romeo R., Earthquake-induced ground failures in Italy. *Engineering Geology*, 58: 387-397, 2000.
- Ramasco R., *Dinamica delle strutture, CUEN, Napoli, 1993.*
- Revellino P., Hungr O., Guadagno F.M. & Evans S.G., Velocity and runout simulation of destructive debris flows and debris avalanches in pyroclastic deposits, Campania region, Italy. *Environmental Geology*, 45: 295-311, 2004.
- Seminara G. & Tubino M., *Debris Flow: Meccanica, Controllo e Previsione. CNR, 1993.*
- Stronge, W.J., *Impact Mechanics, Cambridge Press, 2004.*
- Takahashi, T., *Debris Flow. IAHR Monograph, A.A. Balkema: Rotterdam, 1991.*
- USGS, Distinguishing between Debris Flows and Floods from Field Evidence in Small Watersheds. *USGS Fact Sheet: 2004-3142, 2005.*
- Van Dine, D.F., *Debris Flow Control Structures for Forest Engineering, British Columbia Ministry of Forests Research Program, Working Paper 22/1996, 1996.*
- Walkden M.J., Wood D.J., Bruce T. & Peregrine D.H. , Impulsive seaward loads induced by wave overtopping on caisson breakwaters. *Coastal Engineering*, 42: 257-276, 2001.
- Wu, J., Tian L., Kang Z., Zhang Y., Liu J., *Debris flow and its comprehensive control. Beijing, China, Science Press, 332 pp. (in Chinese), 1993. (citato in Lo et al. 2000).*
- Wu, K.Q., Yu, T.X. , Simple dynamic models of elastic – plastic structures under impact. *Int. J. of Impact Engng.*, 25: 735 – 734, 2001.
- Wu G.X., Fluid impact on a solid boundary. *J Fluids and Structures*; 23: 755–765, 2007.

Xiang Zhang & Loc Vu-Quoc, Modeling the dependence of the coefficient of restitution on the impact velocity in elasto-plastic collisions. *International Journal of Impact Engineering*, 27, pp. 317–341, 2002.

Zhang, S., A comprehensive approach to the observation and prevention of debris flows in China. *Natural Hazards*, 7, pp. 1 – 23, 1993.